

Bac Blanc de Mathématiques – T STMG

Mars 2014

Les 4 exercices ci-dessous sont indépendants. L'utilisation d'une calculatrice **personnelle** est autorisée. Vous utiliserez cet énoncé de 4 pages en guise de pochette après avoir indiqué vos nom et prénom en entête. La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 sur 5 pts :

Le tableau ci-dessous a été publié en octobre 2011 par l'INSEE et est présenté sous la forme d'un extrait de feuille de tableur. Il représente le nombre de personnes en milliers transportées entre les aéroports français hors Île-de-France entre 2004 et 2010.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Année	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
2	Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7
3	Nombre de milliers de personnes transportées (y_i)	5014	5217	5460	5765	6001	6132	6205
4	Taux d'évolution annuel (en %)							

Partie A

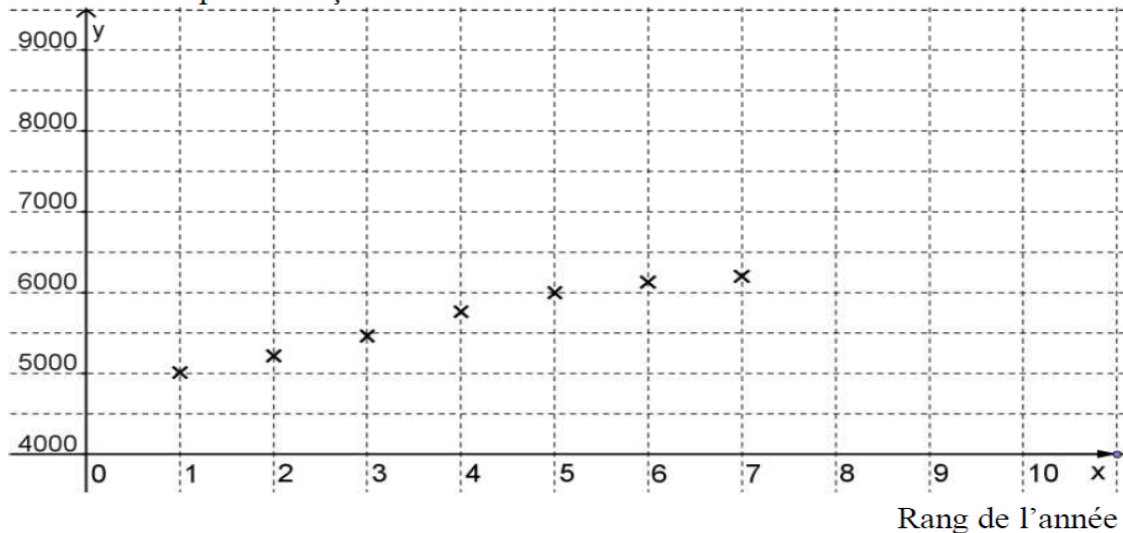
- Quelle formule doit-on entrer dans la cellule C4 et recopier sur la plage D4:H4, pour calculer les taux annuels d'évolution du nombre de passagers sur cette période ?
- Calculer le taux global d'évolution du nombre de milliers de passagers transportés entre les aéroports français hors Île-de-France entre 2004 et 2010. On arrondira à 0,1 %.
- Déterminer le taux annuel moyen d'évolution du nombre de milliers de passagers transportés entre les aéroports français hors Île-de-France entre 2004 et 2010. On arrondira à 0,1 %.

Partie B

On a représenté page suivante le nuage de points associé à cette série statistique double (x_i, y_i) dans un repère orthogonal. On décide de réaliser un ajustement affine du nuage.

- Déterminer, à l'aide de votre calculatrice, une équation de la droite (D), droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis au centième.
- Dans cette question, on prend pour équation de la droite (D) : $y = 212x + 4835$
 - Tracer la droite (D) dans le repère précédent.
 - Selon ce modèle, à combien peut-on estimer le nombre de milliers de passagers qui seront transportés entre les aéroports français hors Île-de-France en 2013 ?

Nombre de personnes, en milliers, transportées entre les aéroports français hors Île-de-France



Exercice 2 sur 4 pts :

Une épidémie due à une bactérie s'est développée dans une grande ville. Afin de lutter contre cette épidémie en distribuant de façon raisonnée un antibiotique adapté, un organisme de santé a mis au point un test de dépistage.

On admet que :

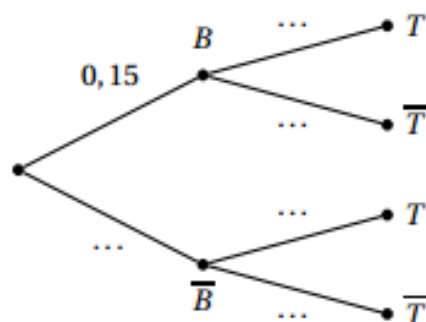
- 15% de la population est contaminée par cette bactérie
- Le test est positif dans 99,6% des cas pour une personne contaminée par cette bactérie.
- Le test est négatif dans 97,6% des cas pour une personne non contaminée par cette bactérie.

Une personne est choisie au hasard dans cette ville. On admet que chaque personne a la même probabilité d'être choisie. On considère les événements suivants :

- B : « La personne choisie est contaminée par la bactérie »
- T : « Pour la personne choisie, le test est positif »

Dans chaque question, les résultats numériques seront donnés sous forme décimale exacte.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous :



2. Quelle est la probabilité que le test soit négatif sachant que la personne choisie est contaminée par la bactérie ?
3. Calculer la probabilité que la personne choisie soit contaminée par la bactérie, et que pour elle le test soit positif.
4. Quelle est la probabilité que, pour la personne choisie, le test soit positif ?
5. Dans cette question, toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte. Calculer la probabilité que le test donne un résultat faux.

Exercice 3 sur 6 points :

Les dépenses annuelles de fonctionnement de deux services d'une entreprise, nommés ici A et B, ont été étudiées sur une assez longue période, ce qui a conduit à la modélisation suivante.

- Les dépenses du service A augmentent de 4000€ chaque année, tandis que celles du service B augmentent de 15% chaque année.
- Cette année (qui sera prise dans la suite comme année 1), les deux services ont effectué des dépenses identiques : 20 000€.

On note a_n le total des dépenses du service A et b_n le total des dépenses du service B la n-ième année. On s'intéresse aussi au cumul des dépenses sur plusieurs années. Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille automatisée de calcul, donne les résultats pour les premières années

	P	Q	R	S	T
1	Numéro de l'année : n	Dépenses du service A : a_n	Cumul des dépenses du service A	Dépenses du service B : b_n	Cumul des dépenses du service B
2	1	20 000	20 000	20 000	20 000
3	2	24 000	44 000	23 000	43 000
4	3	28 000	72 000	26 450	69 450
5	4	32 000		30 417,50	99 867,50
6	5				
7	6				
8	7				
9	8				
10	9				
11	10				

Partie A : Etude des dépenses du service A :

1. a) Quelle est la nature et quelle est la raison de la suite (a_n) des dépenses annuelles du service A ?
b) Exprimer a_n en fonction de n .
c) Calculer a_{10} .
2. Proposer une formule qui, entrée dans la cellule R3, permet par recopie vers le bas de calculer le cumul des dépenses du service A.
3. Calculer la somme $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10}$. Que représente cette somme ?

Partie B : Etude des dépenses du service B :

1. a) Quelle formule entrée dans la cellule S3 permet par recopie vers le bas de calculer les dépenses annuelles du service B ?
b) Quelle est la nature et quelle est la raison de la suite (b_n) des dépenses du service B ?
c) Exprimer b_n en fonction de n .
2. Calculer les dépenses annuelles prévisibles pour le service B lors de la dixième année. On donnera le résultat à la centaine d'euros.

Exercice 4 sur 5 pts :

Une entreprise fabrique et vend une quantité x d'objets. La capacité maximale de production de l'entreprise est de 21 objets.

Le coût total de fabrication de x objets, exprimé en euros, est donné par : $C(x) = 2x^3 - 54x^2 + 470x + 80$.

Chaque objet est vendu 200 €.

1. Pour 12 objets fabriqués et vendus, calculer le coût de fabrication, la recette et le bénéfice.
2. $R(x)$ et $B(x)$ désignent respectivement la recette et le bénéfice pour x objets vendus.
 - a) Exprimer $R(x)$ en fonction de x .
 - b) Montrer que le bénéfice pour x objets vendus est $B(x) = -2x^3 + 54x^2 - 270x - 80$.
3.
 - a) Calculer $B'(x)$ pour tout $x \in [0; 21]$ et vérifier que $B'(x) = -6(x-3)(x-15)$.
 - b) A l'aide d'un tableau de signes, étudier le signe de $B'(x)$ sur l'intervalle $[0; 21]$, en déduire le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0; 21]$.
 - c) Pour quel nombre d'objets fabriqués et vendus le bénéfice est-il maximum ? Justifier la réponse.
Quel est ce bénéfice maximum ?

Exercice 1 : 5 points : enlever 1 seule fois 0,25 dans le cas de pb d'arrondi

Partie A : 2,5 points

1) En C4 : $= (C3 - B3)/B3 * 100$ 0,5

2) Taux global : $\frac{6205 - 5014}{6205}$ 0,25 $\approx 0,238$ soit une hausse globale de 23,8%. 0,25

3) Soit t le taux annuel moyen :

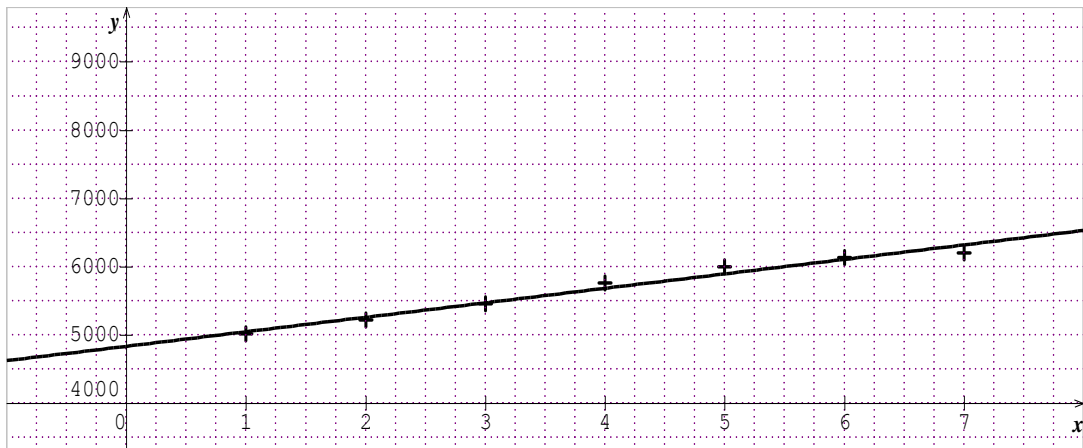
$$(1 + t)^6 = 1 + \frac{23,8}{100} \text{ 0,5} \Leftrightarrow 1 + t = \left(1 + \frac{23,8}{100}\right)^{1/6} \text{ 0,5}$$

$$\Leftrightarrow t = (1,238)^{1/6} - 1 \approx 0,036 \text{ soit une hausse annuelle moyenne de 3,6%. 0,5}$$

Partie B : 2,5 points

1) D'après la calculatrice, l'équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés est : $y = 212,29x + 4835,71$. 0,5 \times 2

2) a)

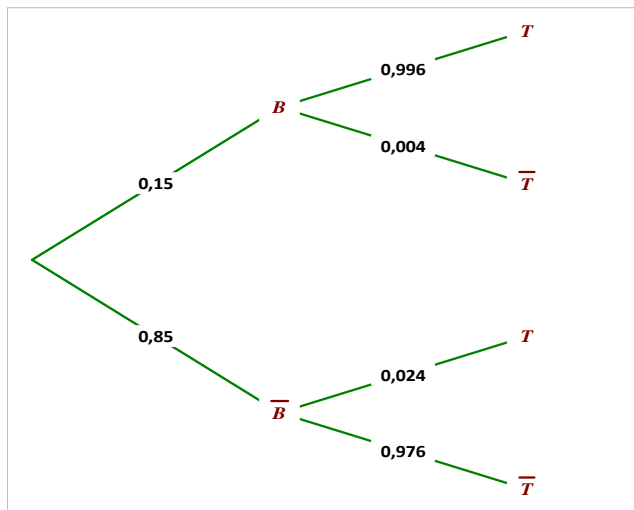


0,5 pour le tracé de la droite

b) En 2013 : $x = 10$ 0,5 : $y = 212 \times 10 + 4835 = 6955$ soit 6 955 milliers de passagers transportés. 0,5

Exercice 2 : 4 points

1)



1 point pour compléter l'arbre

2) $P_B(\bar{T})$ **0,25** = $1 - 0,996 = 0,004$. **0,25**

3) $P(B \cap T)$ **0,25** = $0,15 \times 0,996 = 0,1494$. **0,25**

4) D'après la formule de probabilités totales : $P(T) = P(B \cap T) + P(\bar{B} \cap T)$ **0,5**
 $= 0,1494 + 0,85 \times 0,024$
 $= 0,1698$. **0,5**

5) $P(B \cap \bar{T}) + P(\bar{B} \cap \bar{T})$ **0,5** = $0,15 \times 0,004 + 0,85 \times 0,976 = 0,021$. **0,5**

Exercice 3

Partie A

- 1) a) Les dépenses du service A augmentent de 4000€ par année donc (a_n) est une SA de raison $r = 4000$. Comme la 1^{ère} année, Les dépenses du service A s'élèvent à 20000€, on en déduit que $a_1 = 20000$
 b) D'où $a_n = a_1 + (n-1) \times r = 20000 + 4000(n-1) = 4000n + 16000$
 c) $a_{10} = 4000 \times 10 + 16000 = 56000$ donc les dépenses s'élèveront à 56000 euros la 10^{ième} année.
- 2) En $R3$ on doit saisir : $= R2 + Q3$
- 3) $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} = 380\,000$, c'est la somme des dépenses du service A durant les 10 premières années.

Partie B

- 1) a) En $S3$, il faut saisir la formule : $= S2 * 1.15$
 b) Chaque année, les dépenses du service B augmentent de 15%, donc (b_n) est une SG de raison $q = 1 + \frac{15}{100} = 1,15$ et de premier terme $b_1 = 20000$.
 c) On en déduit que $b_n = b_1 \times q^{n-1} = 20000 \times 1,15^{n-1}$
- 2) Lors de la 10^{ième} année, on peut prévoir que les dépenses du service B seront égales à $b_{10} = 20000 \times 1,15^{10-1} \approx 70357,53 \approx 70358$ euros.

Exercice 4

- 1) Un objet est vendu 200 euros donc 12 objets rapportent 2400€
 Le coût de fabrication de 12 objets est $C(12) = 2 \times 12^3 - 54 \times 12^2 + 470 \times 12 + 80 = 1400$ euros
 Le bénéfice est donc $2400 - 1400 = 1000$ euros, l'entreprise gagne de l'argent.
- 2) a) Un objet est vendu 200 euros donc x objets sont vendus $200x$ euros et donc $R(x) = 200x$
 b) $B(x) = R(x) - C(x) = 200x - (2x^3 - 54x^2 + 470x + 80) = -2x^3 + 54x^2 - 270x - 80$
- 3) a) Pour tout $x \in [0; 21]$, $B'(x) = -2 \times 3x^2 + 54 \times 2x - 270 = -6x^2 + 108x - 270$
 Or $-6(x-3)(x-15) = -6(x^2 - 15x - 3x + 45) = -6x^2 + 108x - 270 = B'(x)$

b)

x	0	3	15	21
-6	-	-	-	-
x-3	-	0	+	+
x-15	-	-	0	+
B'(x)	-	0	0	-

D'où le tableau de variation de la fonction bénéfice :

x	0	3	15	21
B(x)	-80		1270	
		-458		-458

- c) Entre 0 et 3 objets vendus, le bénéfice est toujours négatif.
 Entre 3 et 21 objets vendus, le bénéfice est maximal lorsque l'entreprise vend 15 objets, le bénéfice est alors de 1270 euros.