Bac Blanc - Mathématiques

série S (obligatoire et Spécialité)

mars 2014

Durée : 4 h
Les calculatrices sont autorisées. Le barème prend en compte la rédaction, la qualité de l'expression et la présentation de la copie.

Barème :

Exercice 1	5 *points*	*pour tous*
Exercice 2	4 *points*	*pour tous*
Exercice 3	6 *points*	*pour tous*
Exercice 4	5 *points*	*Non Spé uniquement*
Exercice 5	5 *points*	*Spé uniquement*

Exercice 1 (5 points)

Une jardinerie vend de jeunes plants d'arbres qui proviennent de trois horticulteurs : 25% des plants proviennent de l'horticulteur H_1, 40 % de l'horticulteur H_2 et le reste de l'horticulteur H_3. Chaque horticulteur livre deux catégories d'arbres : des conifères et des arbres à feuilles.
La livraison de l'horticulteur H_1 comporte 70 % de conifères alors que celle de l'horticulteur H_2 n'en comporte que 45 % et celle de l'horticulteur H_3 seulement 20 %.

1. Le gérant de la jardinerie choisit un arbre au hasard dans son stock.
   On envisage les événements suivants :
   – H_1 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_1 »,
   – H_2 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_2 »,
   – H_3 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H_3 »,
   – C : « l'arbre choisi est un conifère »,
   – F : « l'arbre choisi est un arbre à feuilles ».
   a. Construire un arbre pondéré traduisant la situation.
   b. Calculer la probabilité que l'arbre choisi soit un conifère acheté chez l'horticulteur H_2.
   c. Justifier que la probabilité de l'évènement C est égale à 0,425.
   d. L'arbre choisi est un arbre à feuilles.
   Quelle est la probabilité qu'il ait été acheté chez l'horticulteur H_3 ? On arrondira à 10^{-3}.

2. On choisit au hasard un échantillon de 8 arbres dans le stock de cette jardinerie. On suppose que ce stock est suffisamment important pour que ce choix puisse être assimilé à un tirage avec remise de 8 arbres dans le stock.
   On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de conifères de l'échantillon choisi.
   a. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
   b. Quelle est la probabilité que l'échantillon prélevé comporte exactement 4 conifères ? On arrondira à 10^{-3}.
   c. Quelle est la probabilité que cet échantillon comporte au moins deux arbres à feuilles ?
   On arrondira à 10^{-3}.

<u>Exercice 2</u> **(4 points)**

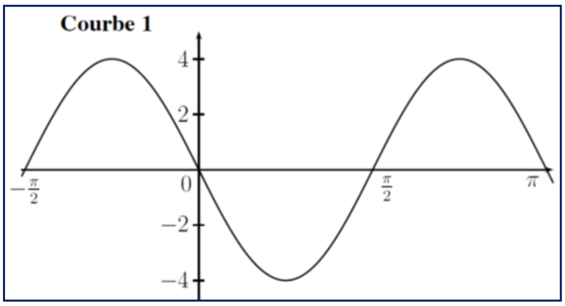
Les quatre questions sont indépendantes.
Pour chaque question une affirmation est proposée. Indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant de façon rigoureuse la réponse. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte. Toute trace de recherche sera valorisée.

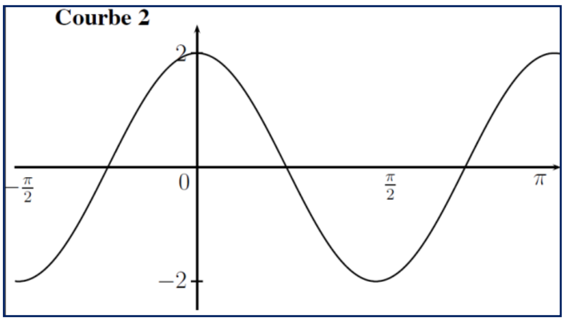
1. Dans l'ensemble des nombres complexes, on considère l'équation (E) d'inconnue z :
   $z^2 - z \times \overline{z} - 1 = 0$
   Affirmation : l'équation (E) admet au moins une solution.

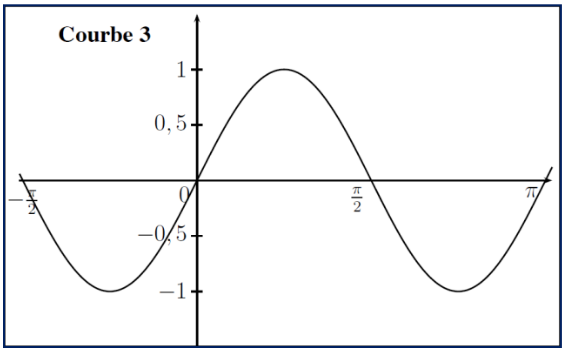
2. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal $(O;\vec{u},\vec{v})$
   Soit (F) l'ensemble des points M d'affixe z tel que $|z+3i| = |z-5i|$
   Affirmation : l'ensemble (F) est une droite parallèle à (Oy)

3. Une urne contient au total n boules dont cinq sont blanches et les autres noires.
   On effectue 10 tirages successifs indépendants en remettant la boule dans l'urne après chaque tirage.
   Affirmation : La plus petite valeur de l'entier n, pour laquelle la probabilité d'obtenir au moins une boule noire sur les 10 tirages est supérieure ou égale à $0,9999$, est égale à 13.

4. Les représentations graphiques d'une fonction f, de sa dérivée f' et de son unique primitive F s'annulant en $x = 0$ sont données (dans le désordre) par les courbes ci-dessous.
   Affirmation : La courbe 3 est la représentation graphique de f.



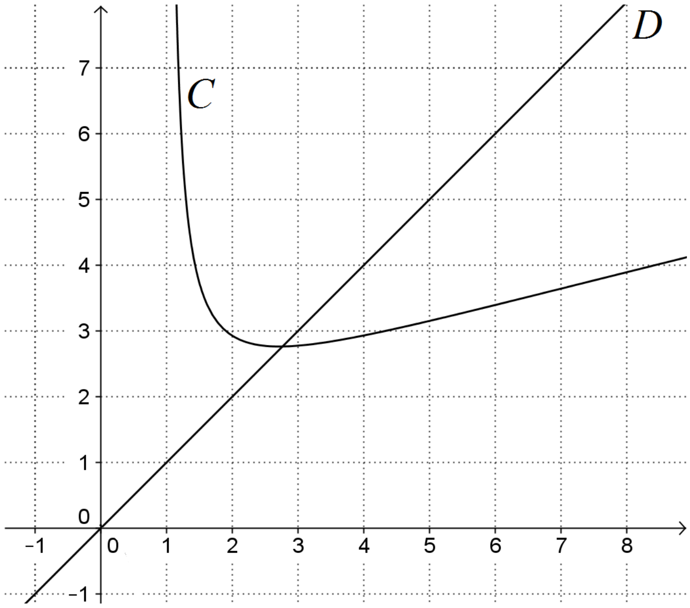




Exercice 3 **(6 points)**

Partie A : La fonction f est définie sur l'intervalle $]1;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x}{\ln x}$.

Dans un repère orthogonal, on a tracé la courbe C représentant la fonction f et la droite D d'équation $y = x$.



1. Calculer les limites de la fonction f en $+\infty$ et en 1.
2. Dresser le tableau des variations de la fonction f sur l'intervalle $]1;+\infty[$.
3. En déduire que si $x > e$ alors $f(x) > e$.

Partie B : La suite (v_n) est définie par : $\begin{cases} v_0 = 6 \\ v_{n+1} = f(v_n) \end{cases}$.

1. Sur la figure donnée en annexe, en utilisant la courbe C et la droite D, placer sur l'axe des abscisses les points A_0, A_1, A_2 d'abscisses respectives v_0, v_1 et v_2. Vous laisserez apparents les traits de construction.
   Quelles conjectures peut-on faire sur les variations et la convergence de la suite (v_n) ?
2. a. Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $v_n > e$.
   b. Déterminer les variations de la suite (v_n).
   c. En déduire que la suite (v_n) est convergente.
   d. Déterminer sa limite ℓ.
3. On donne l'algorithme suivant :

Variables	n est une variable réelle ; v est une variable entière

Traitement	Affecter 6 à v et 0 à n
	Tant que v > 2,7185 faire
	    Affecter $(v/\ln v)$ à v
	    Affecter $n+1$ à n
	Fin de Tant que

Sortie	Afficher n

À l'aide du tableau suivant, obtenu avec un tableur, déterminer la valeur affichée par l'algorithme.

n	0	1	2	3	4	5
v	6	3,348663759	2,770784994	2,718877304	2,718281873	2,718281828

Exercice 4 **(Non spé-maths uniquement)** **(5 points)**

On munit le plan complexe d'un repère orthonormal $(O;\vec{u},\vec{v})$ direct.

Partie A : Question de cours

Pour tout nombre $z = a + ib$ où a et b sont deux réels, on note $\overline{z}$ le conjugué de z et $|z|$ son module.

On admet que $|z|^2 = z \times \overline{z}$.

Montrer que pour tous nombres complexes z et z', on a $|z \times z'| = |z| \times |z'|$

Partie B : On considère les points A et B d'affixes respectives 1 et -1 , et Γ le cercle de centre O et de rayon 1. On note f la transformation du plan qui à tout point M d'affixe $z \neq 1$, associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = \dfrac{1-z}{\overline{z}-1}$.

1. Soit C le point d'affixe $z_C = -3 + 2i$.
   a. On appelle C' le point image du point C par la transformation f .
   Déterminer la forme algébrique de l'affixe $z_{C'}$ du point C' .
   Placer C et C' dans le repère en annexe.
   b. Montrer que le point C' appartient au cercle Γ de centre O et de rayon 1.
   c. Montrer que les points A, C et C' sont alignés.
2. Déterminer et représenter sur la figure l'ensemble Δ des points du plan qui ont pour image le point A par la transformation f .
3. Montrer que, pour tout point M distinct de A, le point M' appartient au cercle Γ .
4. Montrer que, pour tout nombre complexe $z \neq 1$, $\dfrac{z'-1}{z-1}$ est réel.
   Que peut-on en déduire pour les point A, M, M' ?
5. On a placé un point D sur la figure donnée en annexe.
   Construire son image D' par la transformation f .

Exercice 5 **(Spé-maths uniquement)** **(5 points)**

Les cinq questions sont indépendantes. Pour chaque question une affirmation est proposée. Indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant de façon rigoureuse la réponse. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte. Toute trace de recherche sera valorisée.

1. On considère l'équation (E) : $3x - 2y = 1$, où x et y sont des entiers relatifs.
Affirmation : les solutions de l'équation (E) sont les couples ($9+2k$; $13+3k$), avec k appartenant à l'ensemble Z des entiers relatifs.

2. Soit n un entier naturel. On considère les deux entiers a et b définis par :
$a = 3n + 1$ et $b = 2n + 3$.
Affirmation : le PGCD de a et b est égal à 7 si et seulement si n est congru à 2 modulo 7.

3. Soit n un entier naturel. On considère les deux entiers a et b définis par :
$a = 2n^2 + 7n + 21$ et $b = 2n + 2$
Affirmation :" pour tout entier naturel n, le quotient et le reste de la division euclidienne de a par b sont respectivement égaux à n + 2 et n + 17 "

4. Soit l'entier N = 11^{2014}.

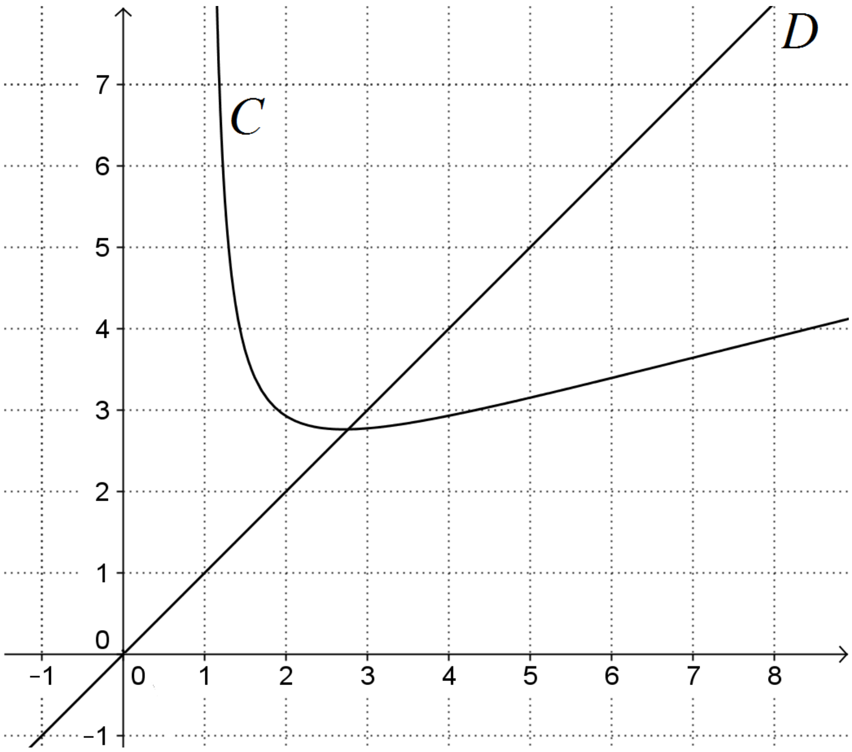
Affirmation : N est congru à 1 modulo 7
(aide : étudier les congruences modulo 7 des premières puissances de 11)

5. Soient a et b deux entiers relatifs non nuls

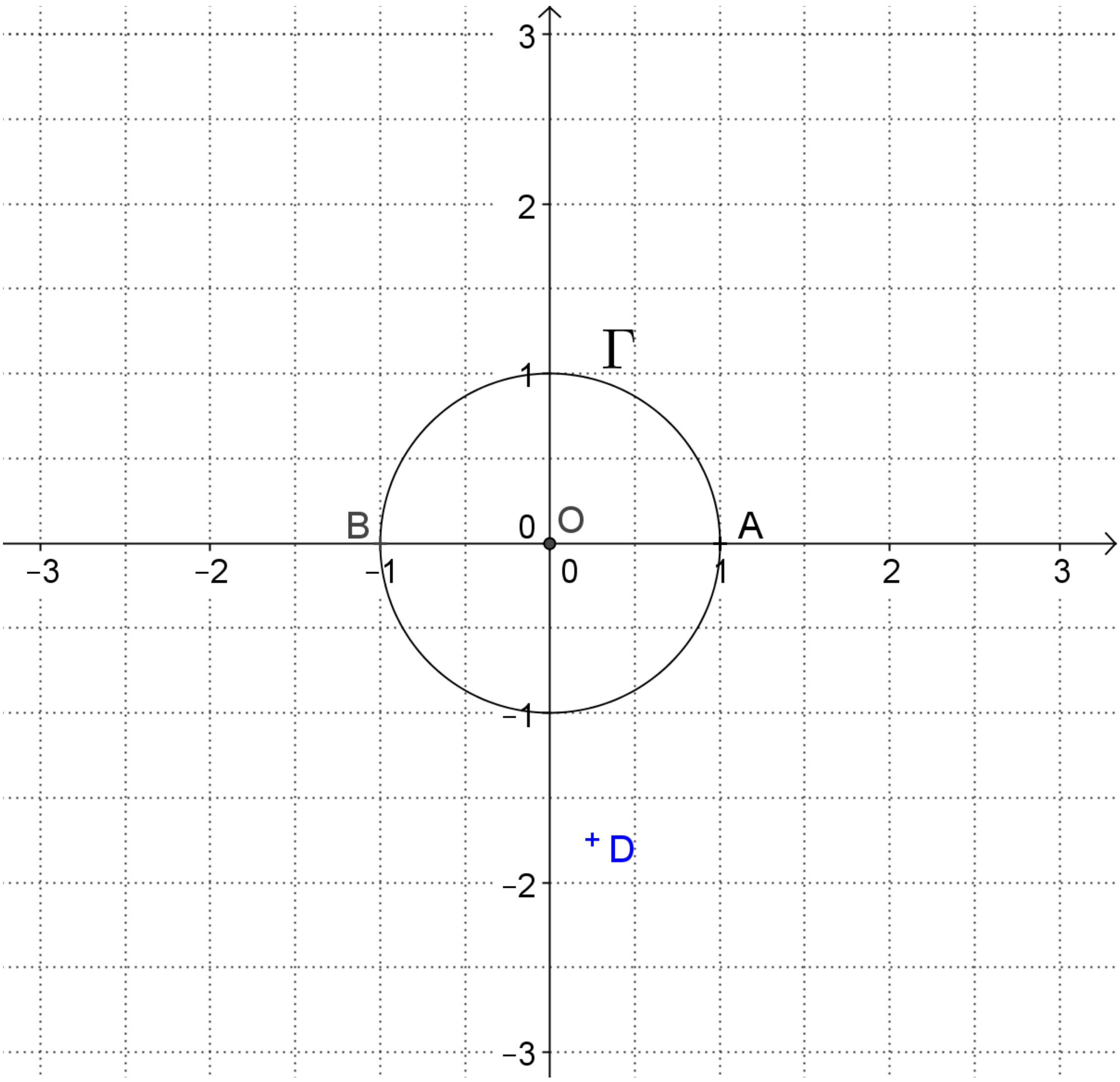
Affirmation : S'il existe un couple d'entiers relatifs u et v tels que a u + b v = 5 alors PGCD (a ; b) = 5.

Annexe à rendre :

Exercice 3



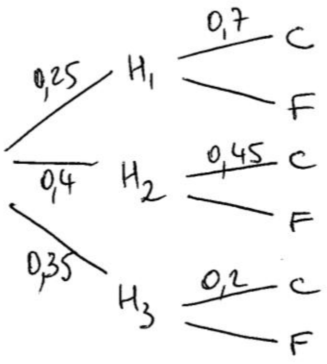
Exercice 4



Correction

Ex 1

1) a)



b) La proba que l'arbre choisi soit un conifère de l'horticulteur H_2 est $p(H_2 \cap C) = 0{,}4 \times 0{,}45 = 0{,}18$.

c) $p(C) = p(H_1 \cap C) + p(H_2 \cap C) + p(H_3 \cap C)$ d'après le th des proba. totales.

$= 0{,}25 * 0{,}7 + 0{,}18 + 0{,}35 \times 0{,}2$

$= 0{,}175 + 0{,}18 + 0{,}07$

$= 0{,}425$

d) Sachant que l'arbre choisi est un arbre à feuilles, la proba. qu'il ait été acheté chez H_3 est

$p_F(H_3) = \dfrac{p(H_3 \cap F)}{p(F)}$. Comme $p(H_3) = p(H_3 \cap C) + p(H_3 \cap F)$

on a $p(H_3 \cap F) = p(H_3) - p(H_3 \cap C) = 0{,}35 - 0{,}35 \times 0{,}2$

$= 0{,}28$

et $p(F) = 1 - p(C) = 1 - 0{,}425 = 0{,}575$.

d'où $p_F(H_3) = \dfrac{0{,}28}{0{,}575} \approx 0{,}487$.

2) a) La sélection d'un échantillon peut être assimilée à la répétition de 8 épreuves identiques et indépendantes qui se soldent par un succès : "obtenir un conifère" ou un échec : "obtenir un "arbre à fleur". Le nombre de succès au cours de ces 8 épreuves suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 8$ et $p = p(C) = 0,425$.

b) $p(X=4) = \binom{8}{4} 0,425^4 \times (1-0,425)^{8-4}$

$\simeq 0,25$ à la calculatrice

c) p("avoir au moins deux arbres à feuilles")

$= p$("avoir au plus 6 conifères")

$= p(X \leqslant 6) \simeq 0,987$ à la calculatrice.

Ex 2

1) c'est une équation d'inconnue $z, \bar{z}$ donc posons $z = x + iy$ avec x, y réels.

$z^2 - z\bar{z} - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - y^2 + 2xyi - (x^2+y^2) - 1 = 0$

$\Leftrightarrow -2y^2 - 1 + 2xy\, i = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -2y^2 - 1 = 0 \\ 2xy = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2y^2 - 1 = 0 \\ x = 0 \text{ ou } y = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = -\frac{1}{2} \\ x = 0 \text{ ou } y = 0 \end{cases}$. La 1ère équation n'a pas de solution donc le système n'a pas de solution et donc (E) n'a pas de solution. L'affirmation 1 est fausse.

Attention : L'équation $z^2 - z \times \bar{z} - 1 = 0$ n'est pas une équation du type : $az^2 + bz + c = 0$ avec a, b, c réels. Conclusion : Impossible de calculer un discriminant dès la 1ère ligne !

2) Posons $A(-3i)$ et $B(5i)$ et $M(z)$

$M \in F \Leftrightarrow |z+3i| = |z-5i| \Leftrightarrow AM = BM$

$\Leftrightarrow$ M appartient à la médiatrice de $[AB]$.

Comme A et B sont sur (Oy) puisque $x_A = x_B = 0$.
la médiatrice de $[AB]$ est donc parallèle à (Ox).
(et non à (Oy)). L'affirmation 2 est <u>fausse</u>.

Attention : Dans la rédaction, prenez garde de ne pas mélanger les points et leur affixe. L'écriture « Soit $A = -3i$ » est particulièrement criticable.

3) On tire 10 fois une boule de l'urne de manière indépendante. Soit X le nombre de boules noires obtenues. X suit donc une loi binomiale de paramètres

$n = 10$ et $p = p(\text{« obtenir une noire »})$

$$= \frac{n-5}{n} \begin{array}{l} \leftarrow \text{nb de noires} \\ \leftarrow \text{nb de boules} \end{array}$$

La proba. d'obtenir au moins 1 noire est supérieure ou égale à 0,9999

$\Leftrightarrow \quad p(X \geq 1) \geq 0,9999$

$\Leftrightarrow \quad 1 - p(X=0) \geq 0,9999$

$\Leftrightarrow \quad 0,0001 \geq p(X=0)$

$\Leftrightarrow \quad 0,0001 \geq \binom{10}{0} p^0 (1-p)^{10}$

$\Leftrightarrow \quad 0,0001 \geq (1-p)^{10}$ or $1 - p = 1 - \frac{n-5}{n} = \frac{n-n+5}{n} = \frac{5}{n}$

$\Leftrightarrow \quad 0,0001 \geq \left(\frac{5}{n}\right)^{10}$

$\Leftrightarrow \quad \ln 0,0001 \geq 10 \ln\left(\frac{5}{n}\right)$

$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{10} \ln 0,0001 \geq \ln\left(\frac{5}{n}\right)$

$\Leftrightarrow \quad e^{\frac{1}{10}\ln 0,0001} \geq \frac{5}{n}$

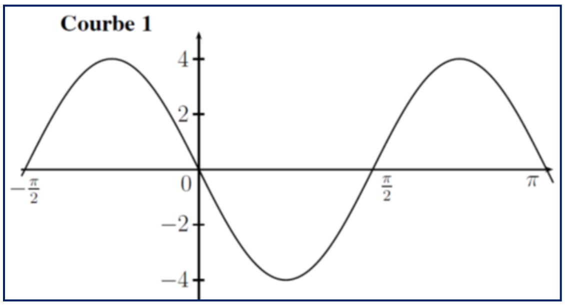
$\Leftrightarrow \quad n \geq \frac{5}{e^{\frac{1}{10}\ln 0,0001}} \simeq 12,56$.

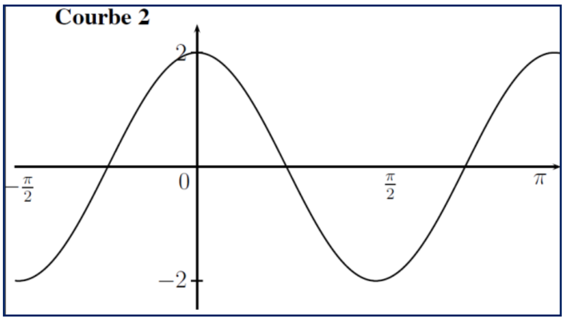
Donc dès que $n \geq 13$ on a bien la proba d'obtenir au moins 1 noire sur les 10 tirages, supérieure à 0,9999. l'affirmation 3 est vraie.

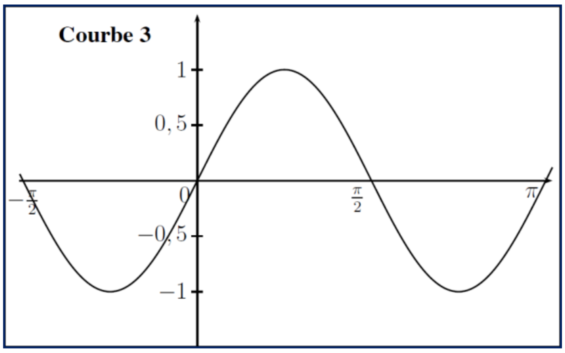
Avant de commencer la question 4 on peut remarquer que l'on cherche à retrouver f, f' et F une primitive de f. Qu'est-ce qui lie ces 3 fonctions ? réponse : $F \xrightarrow{\text{en dérivant}} f \xrightarrow{\text{en dérivant}} f'$ puisque par définition, une primitive de f est une fonction dérivable dont la dérivée est f.

Il n'y a que 2 choix pour F puisque l'énoncé stipule que $F(0)=0$, C_F est la courbe 1 ou la 3

D'autre part si une fonction est croissante sur un intervalle, sa dérivée est positive sur le même intervalle.







4) SI F est représentée par C_1, comme F est décroissante sur $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$, F' (et donc f) doit être négative sur le même intervalle $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$, or ni C_2, ni C_3 ne représentent une fonction négative sur $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$. Conclusion : F n'est pas représentée par C_1.

Par acquis de conscience vérifions l'autre solution :

SI F est représentée par C_3, comme F est croissante sur $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$ et décroissante sur $\left[\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right]$, F' (et donc f) doit être positive sur $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$ et négative sur $\left[\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right]$, il ne peut s'agir que de C_2.

f serait donc (courbe 2) croissante sur $\left[-\frac{\pi}{2};0\right]$ et décroissante sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$, donc f' serait positive sur $\left[-\frac{\pi}{2};0\right]$ et négative sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$, c'est bien C_1.

Conclusion : F est représentée par C_3, f est représentée par C_2, et f' est représentée par C_1.

L'affirmation est donc fausse.

Exercice 3

1) D'après th, $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0^{(+)}$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x}{\ln x} = +\infty$

$\lim\limits_{x\to 1} x = 1$
$\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} \ln x = 0^+$ $\Big\}$ $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} \frac{x}{\ln x} = +\infty$

2) Pour tout $x>1$: $f'(x) = \frac{1\ln x - x\times\frac{1}{x}}{(\ln x)^2} = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$

$f'(x)$ a le signe de $\ln x - 1$ puisque $(\ln x)^2 > 0$ sur $]1;+\infty[$

donc $f'(x) > 0 \Leftrightarrow \ln x - 1 > 0 \Leftrightarrow \ln x > 1$

$\Leftrightarrow x > e$

x	1		e		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	e	$\nearrow$	$+\infty$

$$f(e) = \frac{e}{\ln e} = \frac{e}{1} = e$$

3) Puisque f est croissante strictement sur $]e;+\infty[$

$x > e \Rightarrow f(x) > f(e)$

donc $x > e \Rightarrow f(x) > e$.

Partie B

1) cf annexe. Il semble que (v_n) soit décroissante et qu'elle converge vers l'abscisse du point d'intersection de C et D.

2) a) • $v_0 = 6$ et $6 > e$ donc $v_0 > e$

• Admettons que $v_k > e$ pour un k particulier $k \in \mathbb{N}$

alors $f(v_k) > e$ d'après A3

donc $v_{k+1} > e$.

• Conclusion : pour tout $k \in \mathbb{N}$, $v_n > e$.

b) Pour tout $n \in \mathbb{N}$: $v_{n+1} - v_n = f(v_n) - v_n$

$$= \frac{v_n}{\ln v_n} - v_n = v_n\left(\frac{1}{\ln v_n} - 1\right)$$

Or $v_n > e$ d'après a) donc

$\ln v_n > 1 \Rightarrow 0 < \frac{1}{\ln v_n} < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{\ln v_n} - 1 < 0.$

Comme $v_n > e$, $v_{n+1} - v_n < 0$ donc

(v_n) est décroissante.

c) D'après a) (v_n) est minorée par e

D'après b) (v_n) est décroissante

Donc (v_n) converge vers une limite $l \geq e$.

d) $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = l$ et $\lim\limits_{x \to l} f(x) = f(l)$ puisque f est continue en l

donc $\lim\limits_{n \to +\infty} f(v_n) = f(l)$

Or $\lim\limits_{n \to +\infty} v_{n+1} = \lim\limits_{n \to +\infty} v_n = l$

on en déduit que $f(l) = l$ donc $l = \frac{l}{\ln l} \Rightarrow \ln l = 1$

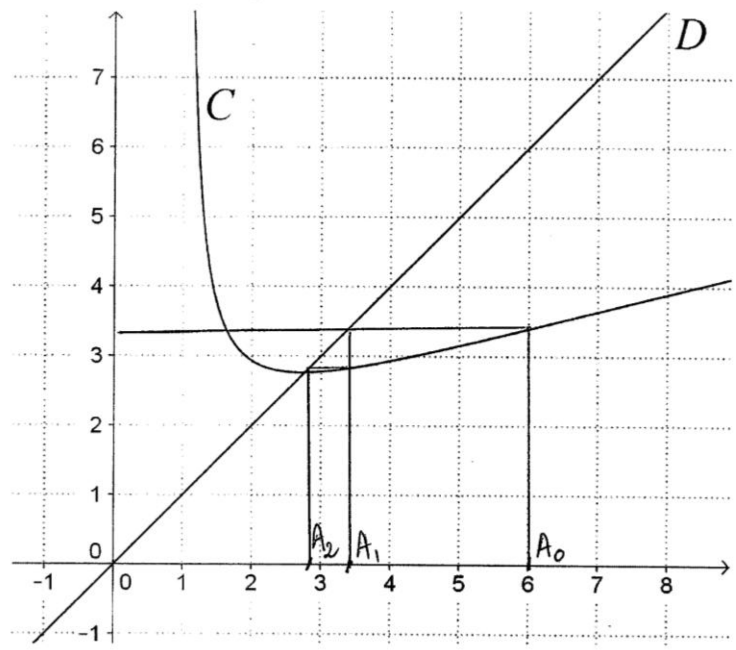
$\Rightarrow l = e.$

Conclusion : (v_n) converge vers e.

3) La boucle se poursuit tant que $v > 2{,}7185$

Donc $n = 4$ lorsque l'algorithme s'arrête.

Annexe à rendre :



Exercice 4 :

Partie A :

$|z\times z'|^2=(z\times z')\times\overline{(z\times z')}=z\times\overline{z}\times z'\times\overline{z'}=|z|^2\times|z'|^2=(|z|\times|z'|)^2$

Or $|z\times z'|$ et $|z|\times|z'|$ sont positives

Donc $|z\times z'|=|z|\times|z'|$.

Partie B.

1) a) $z_{C'}=\dfrac{1-z_C}{\overline{z_C}-1}=\dfrac{1-(-3+2i)}{-3-2i-1}=\dfrac{4-2i}{-4-2i}=\dfrac{(4-2i)(-4+2i)}{16+4}$

$=\dfrac{-16+4+16i}{20}=\dfrac{-12+16i}{20}=-\dfrac{3}{5}+\dfrac{4}{5}i.$

b) $OC'=|z_{C'}|=\sqrt{\left(-\frac{3}{5}\right)^2+\left(\frac{4}{5}\right)^2}=\sqrt{\frac{9}{25}+\frac{16}{25}}=1$ donc C' appartient au cercle de centre O et de rayon 1.

c) $\overrightarrow{AC'}\begin{pmatrix}-\frac{3}{5}-1\\ \frac{4}{5}-0\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AC'}\begin{pmatrix}-8/5\\ 4/5\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-3-1\\ 2-0\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-4\\ 2\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC'}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$

donc $\overrightarrow{AC'}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires donc A, C, C' alignés.

2) Soit $M(z)$ tel que $f(z)=z_A$

$f(z)=z_A \Leftrightarrow \dfrac{1-z}{\overline{z}-1}=1 \Leftrightarrow 1-z=\overline{z}-1$

$\Leftrightarrow z+\overline{z}=2 \Leftrightarrow 2x=2$ avec $x=\mathrm{Re}(z)$

$\Leftrightarrow x=1.$

$\Leftrightarrow M$ appartient à la droite d'eq $x=1$.

3) Pour tout $M\neq A$, $|z'|=\left|\dfrac{1-z}{\overline{z}-1}\right|=\dfrac{|1-z|}{|\overline{z}-1|}$

or $|\overline{z}-1|=|z-\overline{1}|$ puisque $|Z|=|\overline{Z}|$ pour tout $Z\in\mathbb{C}$

$=|z-1|$

$=|1-z|$ puisque $|Z|=|-Z|$ pour tout $Z\in\mathbb{C}$

donc $|z'|=1$ donc $M'\in\Gamma$.

4) Pour tout $z \neq 1$:

$$\frac{z'-1}{z-1} = \frac{\frac{1-z}{\bar{z}-1} - \frac{\bar{z}-1}{\bar{z}-1}}{z-1} = \frac{1-z-\bar{z}+1}{(z-1)(\overline{z-1})} = \frac{2-(z+\bar{z})}{(z-1)(\overline{z-1})}$$

or $z+\bar{z} \in \mathbb{R}$ et $(z-1)(\overline{z-1}) = |(z-1)|^2$ d'après A

donc $\frac{z'-1}{z-1}$ est bien un réel.

D'autre part : Pour tout $z \neq 1$:

$$\arg\left(\frac{z'-1}{z-1}\right) = \arg(z'-1) - \arg(z-1) \quad (*)$$
$$= (\vec{u}, \overrightarrow{AM'}) - (\vec{u}, \overrightarrow{AM})$$
$$= (\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AM'})$$

Comme $\frac{z'-1}{z-1} \in \mathbb{R}$, $\arg\left(\frac{z'-1}{z-1}\right) = 0$ à π près.

donc $(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AM'}) = 0$ ou $(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AM'}) = \pi$ à π près.

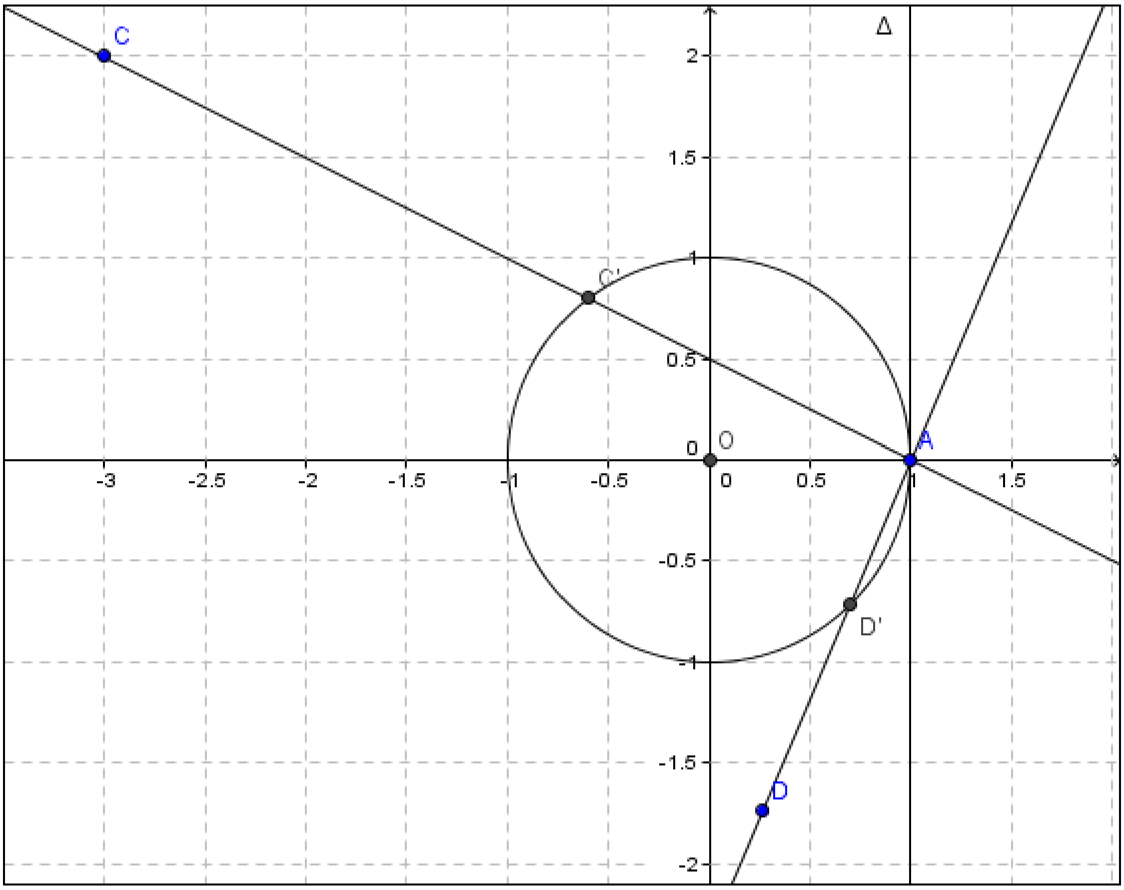
donc A, M, M' sont alignés.

(Rem$(*)$: $\arg(z'-1)$ existe bien puisque $z'-1=0$ $\Leftrightarrow 1-z=0 \Leftrightarrow z=1 \Leftrightarrow M=A$.)

5) On sait que A, D, D' sont alignés donc $D' \in (AD)$

Puisque $D \neq A$, $D' \in \Gamma$, donc D' est l'unique point d'intersection de (AD) avec Γ (autre que A)

(Rem : $D' \neq A$ puisque d'après B2, il n'y a que les points de Δ dont l'image est en A).


C
C'
O
A
D
D'
Δ
0
0.5
1
1.5
2
-0.5
-1
-1.5
-2
-2.5
-3