

1^{er} Devoir Commun de Mathématiques – 2^{nde}

Sujet A

Jeudi 13/12/2012

Le soin, la rigueur entreront pour une part non négligeable dans l'évaluation. Les 6 exercices sont indépendants. Vous pouvez répondre directement sur ce polycopié que vous utiliserez pour rendre votre copie, lorsque la place est prévue (dans les tableaux ou sur les pointillés).

Exercice 1 sur 8 pts

Afin de tester l'efficacité d'un médicament contre l'hypertension, 30 patients hypertendus, ayant en moyenne 16,5 de tension, ont accepté de participer à un essai clinique. Après tirage au sort, deux groupes de 15 patients ont été constitués. Les sujets de l'un des deux groupes ont pris chaque jour, pendant trois semaines, ce médicament, dont le but est de faire baisser la tension. Ceux de l'autre groupe ont pris chaque jour, pendant la même période, un comprimé "placebo", c'est-à-dire d'aspect identique mais ne contenant pas de substance chimique active sur la maladie.

Après le traitement, voici la tension des patients du groupe « médicament » :

12	13,5	14,5	15	13	13	18	15	14	17	13	14,5	15	14	14,5
----	------	------	----	----	----	----	----	----	----	----	------	----	----	------

Et pour le groupe « placebo », on a résumé les résultats obtenus pour les 15 patients :

Tension minimale : 14	Tension maximale : 17,5	Tension moyenne : 16,14
Tension médiane : 16,2	Premier quartile : 16	Troisième quartile : 16,6

- Donner, sans justification, la tension moyenne du groupe "médicament" (on pourra utiliser le menu Statistique de la calculatrice)
 - En utilisant le résultat précédent, commenter l'état de santé de chacun des deux groupes après le traitement
- Sans utiliser la calculatrice :
 - Justifier que la médiane du groupe médicament est 14,5
 - Calculer les quartiles Q1 et Q3 de la série des tensions du groupe "médicament"
- Utiliser les résultats précédents pour répondre aux questions suivantes (justifier les réponses) :
 - Compléter la phrase suivante : Après le traitement, la moitié des patients du groupe "médicament" ont une tension inférieure ou égale à En effet
 - Après le traitement, est-il vrai qu'au moins 75% des patients du groupe "médicament", ont une tension inférieure à celle de 75 % des patients du groupe "placebo" ?
- D'après cette étude, que peut-on penser de l'efficacité du médicament ?

Exercice 2 sur 5 pts

Dans une entreprise de transport, on étudie les durées des pauses de routiers sur une semaine, et on obtient les résultats suivants :

Durée de la pause (en min)	[0 ; 5[[5 ; 10[[10 ; 20[[20 ; 30[[30 ; 60[[60 ; 120]	Total
Effectif	17	36	143	174	59	71	
Fréquence (%)							

- Calculer l'effectif total de cette série, puis la fréquence, en pourcentage, des pauses strictement inférieures à 5 minutes. Détailler les calculs et arrondir la fréquence à 0,1 % près.
- Compléter, sans justification, le tableau précédent (arrondir les fréquences à 0,1% près).
- Le directeur de l'entreprise souhaite que la fréquence des pauses de moins de 10 minutes soit inférieure à 10%. Est-ce que c'est le cas ?

Exercice 3 sur 11 pts

Soit f la fonction définie sur $[-2; 2]$ par $f(x) = 4 - (2x+1)^2$.

- Montrer en factorisant que $f(x) = (1 - 2x)(2x + 3)$
- Montrer ensuite que $f(x) = -4x^2 - 4x + 3$
- En utilisant une forme adaptée de $f(x)$, calculer la valeur exacte de $f\left(\frac{1}{2}\right)$ et de $f(\sqrt{3})$.
- On considère l'algorithme ci-dessous dans lequel x, y, z sont des nombres.

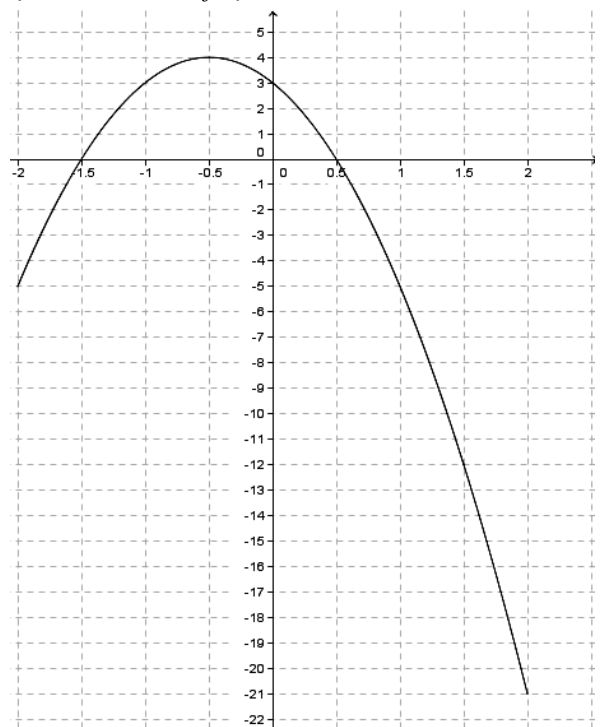
Utiliser cet algorithme pour compléter le tableau de valeurs :

Entrée : x est un nombre choisi par l'utilisateur
 $z \leftarrow x + 1$
 $y \leftarrow -4x * z + 3$
 Afficher y

x	-1	0	1	2
z				
y				

- Justifier que cet algorithme permet de calculer toutes les images par la fonction f précédente.
- On a tracé ci-contre la courbe représentative de f et on admet que le tableau de variation de f est le suivant.

x	-2	-0,5	2
$f(x)$	-5	4	-21

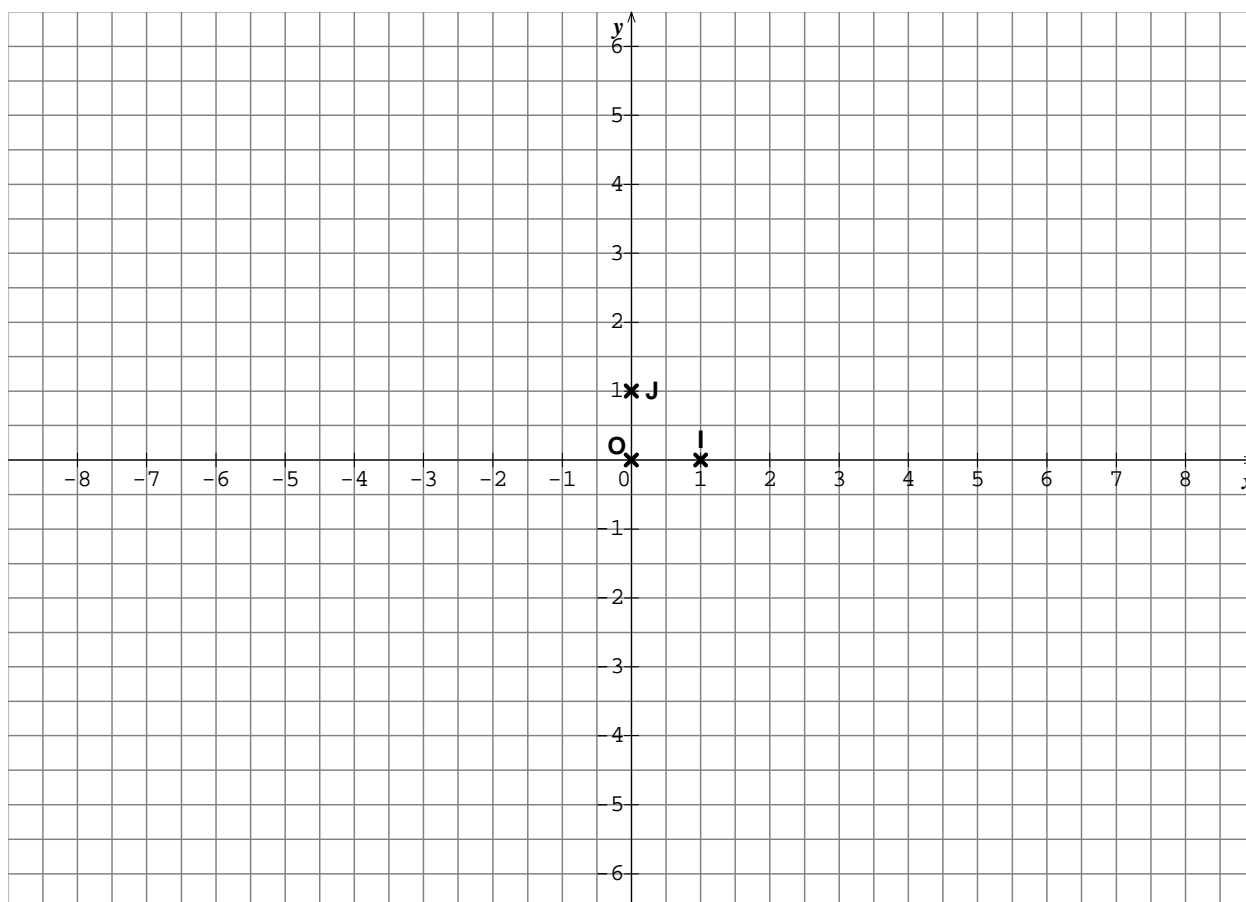


En utilisant ces informations et les calculs précédents, compléter ou répondre :

- Quel est ou quels sont les antécédents par f de -5 ?
.....
- $f(x) > 0$ lorsque $x \in \dots$
- $f(-0,8) \dots \dots \dots f(-0,7)$
- $f(0,9) \dots \dots \dots f(0,99)$
- Pour tout $x \in [-2; 2]$, $\leq f(x) \leq$

Exercice 4 sur 10 pts

On complétera la figure au fur et à mesure de l'exercice dans le repère orthonormé $(O; I; J)$ ci-dessous.



- On considère les points $A(0 ; -1)$, $B(2 ; 5)$, $C(-1 ; 1)$ et $D(3 ; 3)$.
 - Placer les points A, B, C et D dans le repère.
 - Calculer les coordonnées du milieu K de $[AB]$.
 - Montrer que ADBC est un parallélogramme.
- On considère le point E symétrique de A par rapport à C.
 - Calculer les coordonnées de E.
 - Montrer que $AE = \sqrt{20}$.
- On donne $AB = 2\sqrt{10}$ et $BE = 2\sqrt{5}$.
 - Montrer que le triangle ABE est rectangle.
 - En déduire le centre du cercle (C) circonscrit au triangle ABE. Justifier la réponse.
 - Construire ce cercle (C).

Exercice 5 sur 6 pts

ABCD est un rectangle de centre O.

La médiatrice de [AC] coupe la droite (AB) en E et la droite (BC) en F.

1. Compléter la figure ci-dessous.
2. **On souhaite démontrer que les droites (CE) et (AF) sont perpendiculaires.**

Pour chacune des deux parties de cette démonstration, les éléments utilisables sont indiqués dans un ordre quelconque. Vous devez donc ordonner logiquement ces éléments sans les modifier et vous pourrez les relier avec des expressions telles que « d'après l'énoncé », « donc », « comme », « et » ...

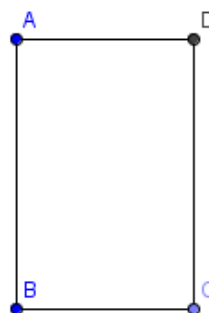
Un soin tout particulier à la logique et la présentation de la démonstration est donc nécessaire.

Montrer que les droites (AB) et (FO) sont deux hauteurs du triangle ACF.

- (FO) est la médiatrice de [AC]
- (AB) est une hauteur du triangle ACF
- O est le milieu de [AC]
- ABCD est un rectangle de centre O
- F est sur la médiatrice de [AC]
- (AB) \perp (CF)
- (FO) \perp (AC)
- (FO) est une hauteur du triangle ACF

Conclure

- (CE) est la 3ème hauteur du triangle ACF
- (CE) \perp (AF)
- E est l'orthocentre du triangle ACF
- les hauteurs d'un triangle sont concourantes
- (FO) et (AB) sont des hauteurs de ACF, sécantes en E



Exercice BONUS sur 2 pts maximum

Soit g la fonction définie aussi sur $[-2; 2]$ par $g(x) = 3,5x^2 + x - 2$.

Déterminer à 0,01 près une valeur approchée du minimum de g et de la valeur de x pour laquelle il est atteint.

1^{er} Devoir Commun de Mathématiques – 2^{nde}

Sujet B

Jeudi 13/12/2012

Le soin, la rigueur entreront pour une part non négligeable dans l'évaluation. Les 6 exercices sont indépendants. Vous pouvez répondre directement sur ce photocopié que vous utiliserez pour rendre votre copie, lorsque la place est prévue (dans les tableaux ou sur les pointillés).

Exercice 1 sur 8 pts

Afin de tester l'efficacité d'un médicament contre l'hypertension, 30 patients hypertendus, ayant en moyenne 16,5 de tension, ont accepté de participer à un essai clinique. Après tirage au sort, deux groupes de 15 patients ont été constitués. Les sujets de l'un des deux groupes ont pris chaque jour, pendant trois semaines, ce médicament, dont le but est de faire baisser la tension. Ceux de l'autre groupe ont pris chaque jour, pendant la même période, un comprimé "placebo", c'est-à-dire d'aspect identique mais ne contenant pas de substance chimique active sur la maladie.

Après le traitement, voici la tension des patients du groupe « médicament » :

12	13	13,5	15,5	12,5	13	18	14	14,5	17,3	13,1	14	15,1	14,5	13,5
----	----	------	------	------	----	----	----	------	------	------	----	------	------	------

Et pour le groupe « placebo », on a résumé les résultats obtenus pour les 15 patients :

Tension minimale : 14	Tension maximale : 17,8	Tension moyenne : 16,05
Tension médiane : 16,1	Premier quartile : 15,5	Troisième quartile : 16,4

- Donner, sans justification, la tension moyenne du groupe "médicament" (on pourra utiliser le menu Statistique de la calculatrice)
 - En utilisant le résultat précédent, commenter l'état de santé de chacun des deux groupes après le traitement
- Sans utiliser la calculatrice :
 - Justifier que la médiane du groupe médicament est 14
 - Calculer les quartiles Q1 et Q3 de la série des tensions du groupe "médicament"
- Utiliser les résultats précédents pour répondre aux questions suivantes (justifier les réponses) :
 - Compléter la phrase suivante : Après le traitement, la moitié des patients du groupe "médicament" ont une tension inférieure ou égale à En effet
 - Après le traitement, est-il vrai qu'au moins 75% des patients du groupe "médicament", ont une tension inférieure à celle de 75 % des patients du groupe "placebo" ?
- D'après cette étude, que peut-on penser de l'efficacité du médicament ?

Exercice 2 sur 5 pts

Dans une entreprise de transport, on étudie les durées des pauses de routiers sur une semaine, et on obtient les résultats suivants :

Durée de la pause (en min)	[0 ; 5[[5 ; 10[[10 ; 20[[20 ; 30[[30 ; 60[[60 ; 120]	Total
Effectif	15	28	127	159	55	66	
Fréquence (%)							

- Calculer l'effectif total de cette série, puis la fréquence, en pourcentage, des pauses strictement inférieures à 5 minutes. Détailler les calculs et arrondir la fréquence à 0,1 % près.
- Compléter, sans justification, le tableau précédent (arrondir les fréquences à 0,1% près).
- Le directeur de l'entreprise souhaite que la fréquence des pauses de moins de 10 minutes soit inférieure à 10%. Est-ce que c'est le cas ?

Exercice 3 sur 11 pts

Soit f la fonction définie sur $[-2; 2]$ par $f(x) = 4 - (1 - 2x)^2$.

- Montrer en factorisant que $f(x) = (5 - x)(2x - 1)$
- Montrer ensuite que $f(x) = -4x^2 + 4x + 3$
- En utilisant une forme adaptée de $f(x)$, calculer la valeur exacte de $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ et de $f(\sqrt{2})$.
- On considère l'algorithme ci-dessous dans lequel x, y, z sont des nombres.

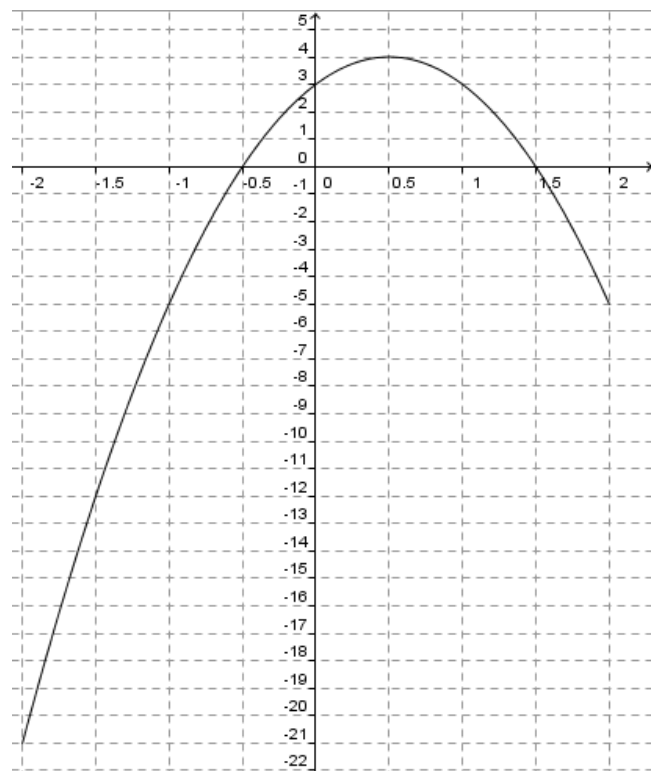
Utiliser cet algorithme pour compléter le tableau de valeurs :

Entrée : x est un nombre choisi par l'utilisateur
 $z \leftarrow 1 - x$
 $y \leftarrow 4x * z + 3$
 Afficher y

x	-2	-1	0	1
z				
y				

- Justifier que cet algorithme permet de calculer toutes les images par la fonction f précédente.
- On a tracé ci-contre la courbe représentative de f et on admet que le tableau de variation de f est le suivant.

x	-2	-0,5	2
$f(x)$	-21	4	-5

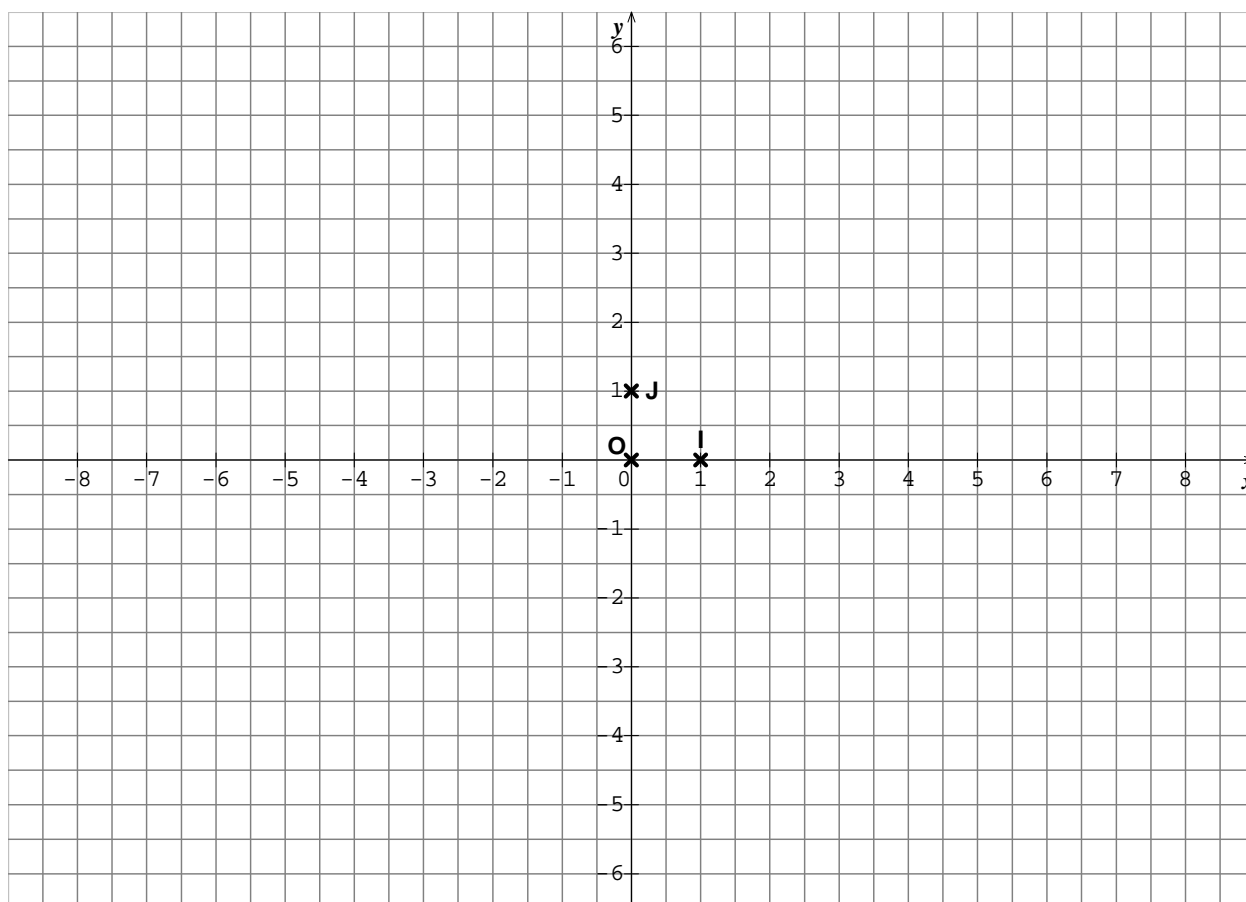


En utilisant ces informations et les calculs précédents, compléter ou répondre :

- Quel est ou quels sont les antécédents par f de -5 ?
.....
- $f(x) > 0$ lorsque $x \in \dots$
- $f(0,7) \dots\dots\dots f(0,8)$
- $f(-0,99) \dots\dots\dots f(-0,9)$
- Pour tout $x \in [-2; 2]$, $\dots\dots\dots \leq f(x) \leq \dots\dots\dots$

Exercice 4 sur 10 pts

On complétera la figure au fur et à mesure de l'exercice dans le repère orthonormé $(O; I; J)$ ci-dessous.



- On considère les points $A(1 ; -2)$, $B(-1 ; 4)$, $C(2 ; 0)$ et $D(-2 ; 2)$.
 - Placer les points A, B, C et D dans le repère.
 - Calculer les coordonnées du milieu K de $[AB]$.
 - Montrer que $ADBC$ est un parallélogramme.
- On considère le point E symétrique de A par rapport à C.
 - Calculer les coordonnées de E.
 - Montrer que $AE = \sqrt{20}$.
- On donne $AB = 2\sqrt{10}$ et $BE = 2\sqrt{5}$.
 - Montrer que le triangle ABE est rectangle.
 - En déduire le centre du cercle (C) circonscrit au triangle ABE. Justifier la réponse.
 - Construire ce cercle (C).

Exercice 5 sur 6 pts

ABCD est un rectangle de centre O.

La médiatrice de [BD] coupe la droite (AD) en E et la droite (AB) en F.

1. Compléter la figure ci-dessous.
2. **On souhaite démontrer que les droites (DF) et (BE) sont perpendiculaires.**

Pour chacune des deux parties de cette démonstration, les éléments utilisables sont indiqués dans un ordre quelconque. Vous devez donc ordonner logiquement ces éléments sans les modifier et vous pourrez les relier avec des expressions telles que « d'après l'énoncé », « donc », « comme », « et » ...

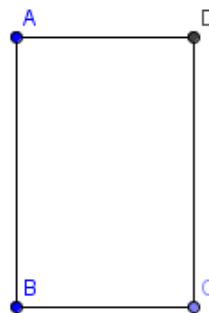
Un soin tout particulier à la logique et la présentation de la démonstration est donc nécessaire.

Montrer que les droites (AB) et (EO) sont deux hauteurs du triangle BDE.

- (EO) est la médiatrice de [BD]
- (BA) est une hauteur du triangle BDE
- O est le milieu de [BD]
- ABCD est un rectangle de centre O
- E est sur la médiatrice de [BD]
- (BA) \perp (DE)
- (EO) \perp (BD)
- (EO) est une hauteur du triangle BDE

Conclure

- (DF) est la 3ème hauteur du triangle BDE
- (DF) \perp (BE)
- F est l'orthocentre du triangle BDE
- les hauteurs d'un triangle sont concourantes
- (EO) et (BA) sont des hauteurs de BDE, sécantes en F



Exercice BONUS sur 2 pts maximum

Soit g la fonction définie aussi sur $[-2; 2]$ par $g(x) = 2 - 3,5x^2 - x$.

Déterminer à 0,01 près une valeur approchée du maximum de g et de la valeur de x pour laquelle il est atteint.