

DEVOIR COMMUN DE MATHÉMATIQUES N°1 :
SECONDE GÉNÉRALE ET TECHNOLOGIQUE
CORRECTION

Le mardi 21 janvier 2020 –

SUJET A

Exercice 1. (7 points)

1) a) [0,5pt] $A = 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

b) [0,5pt] $\frac{A}{B} = \frac{2^3 \times 3^2 \times 5}{2^2 \times 3^4 \times 7} = \frac{2 \times 5}{3^2 \times 7} = \frac{10}{63}$

2) a) [1pt]

On note D_{136} l'ensemble des diviseurs positifs de 136.

$$D_{136} = \{1; 2; 4; 8; 17; 34; 68; 136\}$$

$$(\#D_{136} = 8)$$

On note D_{425} l'ensemble des diviseurs positifs de 425.

$$D_{425} = \{1; 5; 17; 25; 85; 425\}$$

$$(\#D_{425} = 6)$$

b) [1pt]

$$\text{pgcd}(136; 425) = 17$$

L'association peut former 17 équipes.

c) [1pt]

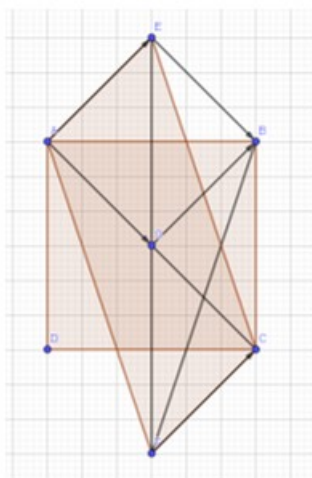
$$\frac{136}{17} = 8 \text{ et } \frac{425}{17} = 25$$

Chaque équipe est alors composée de 8 filles et de 25 garçons.

3) $A = 2x + 6$ [0,5pt] $B = 2x^2 + 3x - 2$ [0,5pt] $C = 9x^2 - 6x + 1$ [1pt]

4) $D = (2x - 3)(5x + 3)$ [1pt]

Exercice 2. (5 points)



Carré : 0,5 E : 0,5 F : 0,5

3) $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{EO}$ donc $AOBE$ est un parallélogramme 0,5, d'où $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{OB}$. 0,5

$[OC]$ et $[BF]$ ont le même milieu, d'où $OBCF$ est un parallélogramme 0,5.

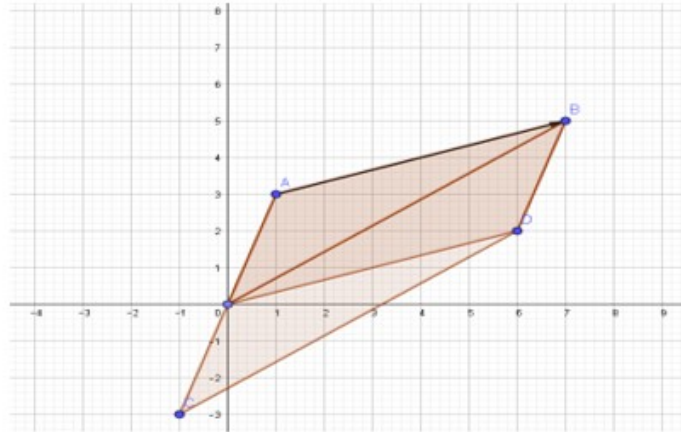
Par conséquent, $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{FC}$. 0,5

4) On en déduit par transitivité que: $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{FC}$ 1. D'où $AECF$ est un parallélogramme 0,5.

Exercice 3. (6 points +1)

A, B : 0,5

D : 0,5



2) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 7-1 \\ 5-3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ 0,5

3) $AB = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40}$. 0,5

4) Côté le plus long : $[OB]$ $OB^2 = (\sqrt{74})^2 = 74$ et $OA^2 + AB^2 = (\sqrt{10})^2 + \sqrt{40}^2 = 10 + 40 = 50$ 0,5

Or, $OB^2 \neq OA^2 + AB^2$ 0,5. Donc, le triangle OAB n'est pas rectangle. 0,5

5) (b) OABD est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BD}$. 0,5

(c) Soit $D(x_D; y_D)$, $\overrightarrow{BD} \begin{pmatrix} x_D - 7 \\ y_D - 5 \end{pmatrix}$ 0,5 $\overrightarrow{AO} \begin{pmatrix} 0-1 \\ 0-3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ Or, deux vecteurs sont égaux ssi leurs coordonnées sont égales,

D'où $\begin{cases} x_D - 7 = -1 \\ y_D - 5 = -3 \end{cases}$ 0,5 $\Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 6 \\ y_D = 2 \end{cases}$ 0,5

6) a) C symétrique de A par rapport à O $\Leftrightarrow \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = -1 \\ y_C = -3 \end{cases}$ 0,5

b) $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$ donc $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{OC}$ 0,5, d'où OCDB est un parallélogramme. 0,5

Exercice 4. (8 points + 1)

Partie A (5 points)

1. a. On sait que 15% des jeunes ont passé le réveillon chez leurs parents, dont 20% sont des garçons.
On en déduit que $15\% \times 20\% = 0,15 \times 0,2 = 0,03 = 3\%$ des jeunes interrogés sont des garçons ayant passé le réveillon chez leurs parents. 0,5
- b. $3\% \times 1800 = 54$ garçons ont passé le réveillon chez leurs parents. 0,5
- c. $15\% \times 1800 = 270$ jeunes ont passé le réveillon chez leurs parents. 0,5
2. a. $30\% \times 700 = 210$ garçons ont passé le réveillon au restaurant. 0,25
 $40\% \times 1100 = 440$ filles ont passé le réveillon au restaurant. 0,25
- b. La proportion de garçons parmi les jeunes ayant passé le réveillon au restaurant est $\frac{210}{650} = \frac{21}{65} \approx 0,323$. 0,5
 Environ 32,3% des jeunes ayant passé le réveillon au restaurant sont des garçons. 0,5
 (ne pas pénaliser les pb d'arrondi)
3. La proportion de jeunes ayant passé le réveillon au restaurant est $\frac{650}{1800} = \frac{13}{36} \approx 0,361$.
 Environ 36,1% des jeunes ont passé le réveillon au restaurant. 0,5
 C'est donc une erreur d'affirmer que 35% des jeunes ont passé le réveillon au restaurant. 0,5

	Chez leurs parents	Au restaurant	Chez des amis	Total
Garçons	54	210	436	700
Filles	216	440	444	1 100
Total	270	650	880	1 800

1 pour le tableau complet dont 0,5 pour les valeurs 210 et 440 qui sont données et 0,5 pour le reste

Partie B (4 points)

1. Le taux d'évolution du prix de cet article est $\frac{120-150}{150} = -\frac{30}{150} = -0,2 = -20\%$. 0,5
 L'affirmation est fausse car le prix de cet article a baissé de 20%. 0,5
2. Au coefficient multiplicateur 1,3 correspond le taux d'évolution $1,3 - 1 = 0,3 = 30\%$. 0,5
 L'affirmation est fausse car le prix de cet article a augmenté de 30%. 0,5
3. Le prix de cet article a été multiplié par $\left(1 + \frac{40}{100}\right) \times \left(1 + \frac{60}{100}\right) = 1,4 \times 1,6 = 2,24$. 0,5
 L'affirmation est fausse car le prix de cet article a plus que doublé puisque $2,24 > 2$. 0,5
4. Le coefficient multiplicateur correspondant au taux d'évolution réciproque de +25% est égal à $\frac{1}{1+25\%} = \frac{1}{1,25} = 0,8$. 0,5
 L'affirmation est vraie car le taux d'évolution réciproque est donc égal à $0,8 - 1 = -0,2 = -20\%$. 0,5
 Remarque : on peut aussi calculer le prix final P_2 en notant P_1 le prix initial :

$$P_2 = \left(1 + \frac{25}{100}\right) \times \left(1 - \frac{20}{100}\right) P_1 = 1,25 \times 0,8 P_1 = P_1$$
 Ce qui prouve qu'on retrouve le prix initial en appliquant successivement une hausse de 25% puis une baisse de 20%.

Exercice 5. (10 points)

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A : Ensembles de nombres et intervalles.

Questions	1	2	3	4
Réponses	(c)	(d)	(d)	(a)

0.5 point par bonne réponse

Partie B : Fonctions carré et cube.

1. Calculer les images par la fonction carré des nombres suivants : **2×0.5 point**

(a) $(2, 5)^2 = 6, 25$

(b) $\left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{9}{49}$

2. Calculer les images par la fonction cube des nombres suivants : **2×0.5 point**

(a) $(-2)^3 = -8$

(b) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$

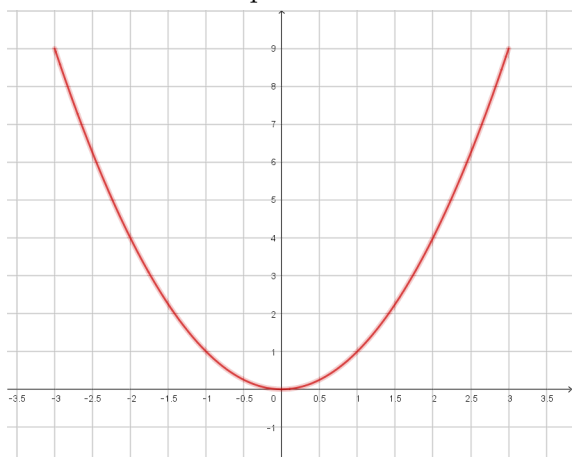
3. Comparer, sans les calculer, les nombres suivants en justifiant précisément :

$2 \times (0.25 \text{ (résultat)} + 0.5 \text{ (justification)})$

(a) $(2, 3)^3 \leq \left(\frac{5}{2}\right)^3$ car la fonction cube est croissante sur $\mathbb{R}$ et $2, 3 \leq \frac{5}{2}$.

(b) $(-0, 211)^2 \geq \left(-\frac{1}{5}\right)^2$ car la fonction carré est décroissante sur $] -\infty; 0]$ et $-0, 211 \leq -\frac{1}{5}$.

4. Tracer la courbe représentative de la fonction carré dans le repère orthogonal ci-dessous. **1.5 point**



5. Compléter la phrase suivante :

« La courbe représentative de la fonction carré est symétrique par rapport à l'axe des abscisses **0.25 point**, on dit que la fonction carré est paire **0.25 point**. »

6. Pour les questions suivantes, on pourra réaliser un graphique (ou des graphiques) pour justifier vos résultats.

(a) $\mathcal{S} = \{-4; 4\}$. **0.5 point**

(c) $\mathcal{S} = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$. **0.75 point**

(b) $\mathcal{S} = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$. **0.5 point**

(d) $\mathcal{S} =]-\infty; -2[\cup]2; +\infty[$. **0.75 point**

Valoriser les graphiques de justification bien réalisés, -0.25 pour les erreurs de sens de crochets.

Exercice 6. (4 points) Algorithmique.

On donne l’algorithme suivant, écrit en langage naturel, dans lequel n désigne un nombre :

$$\begin{aligned} a &\leftarrow n + 1 \\ b &\leftarrow a \times a \\ c &\leftarrow b - 2 \times a \\ a &\leftarrow c + 1 \end{aligned}$$

1. On a testé l’algorithme pour $n = 2$:

	n	a	b	c
	2			
$a \leftarrow n + 1$	2	$2 + 1 = 3$		
$b \leftarrow a \times a$	2	3	$3 \times 3 = 9$	
$c \leftarrow b - 2 \times a$	2	3	9	$9 - 2 \times 3 = 3$
$a \leftarrow c + 1$	2	$c + 1 = 4$	9	3

Pour $n = 2$, la valeur de a à la fin de l’algorithme est 4.
En vous inspirant de l’exemple précédent, compléter les tableaux suivants et leurs conclusions :

	n	a	b	c
	5			
$a \leftarrow n + 1$	5	6		
$b \leftarrow a \times a$	5	6	36	
$c \leftarrow b - 2 \times a$	5	6	36	24
$a \leftarrow c + 1$	5	25	36	24

Si $n = 5$, la valeur de a à l’issue de l’algorithme est 25.

	n	a	b	c
	-3			
$a \leftarrow n + 1$	-3	-2		
$b \leftarrow a \times a$	-3	-2	4	
$c \leftarrow b - 2 \times a$	-3	-2	4	8
$a \leftarrow c + 1$	-3	9	4	

Si $n = -3$, la valeur de a à l’issue de l’algorithme est 9.

$2 \times (1(\text{tableau}) + 0,25(\text{ccl}))$

2. $a = n^2$. 0.5
3. $(n + 1)^2 - 2(n + 1) + 1 = n^2 + 2n + 1 - 2n - 2 + 1 = n^2$. 1 à valoriser.