CITÉ SCOLAIRE Jean Calvin & Charles de Bovelles Lycées des métiers

Devoir Commun de Mathématiques
1ère Générale

Mercredi 12 février 2020
Durée de l'épreuve : 1h50

NOM :

Prénom :

Classe :

Exercice 1 :	/ 8
Exercice 2 :	/ 9
Exercice 3 :	/ 6
Exercice 4 :	/ 9
Exercice 5 :	/ 8
TOTAL :	/ 40

La qualité de la rédaction et de la présentation entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Le sujet comporte cinq exercices indépendants.
Le sujet est à rendre avec la copie.
La calculatrice est personnelle et doit être en mode EXAMEN. Vous ne pouvez donc pas la prêter.

<u>Exercice 1</u> (8 points)
Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes.

Partie A
On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = -n^2 - 2n + 9$.

1) Calculer les cinq premiers termes de la suite (u_n).

   Quelle conjecture peut-on faire sur le sens de variation de la suite (u_n) ?

2) Démontrer que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} - u_n = -2n - 3$.

3) En déduire le sens de variation de la suite (u_n). (La réponse sera soigneusement justifiée)

Partie B
L'étude d'une souche de bactéries montre qu'elles se reproduisent par division. Chaque bactérie se divise en trois toutes les 24 heures. Au début de l'expérience, on place une centaine de bactéries dans un milieu de culture, et on étudie le nombre de bactéries présentes n jours après le début de l'expérience.
Pour tout entier naturel n, on note p_n le nombre de bactéries présentes n jours après le début de l'expérience.

1) Justifier que $p_0 = 100$.

2) Montrer que, pour tout entier naturel n, $p_{n+1} = 3p_n$.

3) On admet que, pour tout entier naturel n, $p_n > 0$.

   Justifier que la suite (p_n) est croissante.

4) Quelle est la population de bactéries au bout d'une semaine ?

5) Déterminer, par la méthode de votre choix, le nombre de jours nécessaires pour que cette population de bactéries dépasse $1\,000\,000$ individus. (justifier la réponse en expliquant la démarche)

Exercice 2 **(9 points)**
Les cinq questions de cet exercice sont indépendantes.
Aucune valeur approchée ne sera acceptée et les réponses seront justifiées.

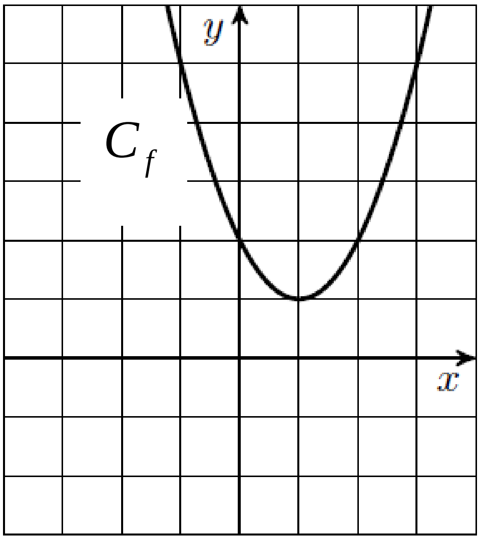
1) Soit $P(x) = -x^2 - 4x + 5$. Calculer la valeur de $P(-3)$ en détaillant les étapes.

2) Soit $Q(x) = 7 - 2(x+5)^2$. Déterminer les coefficients *a*, *b* et *c* tels que $Q(x) = ax^2 + bx + c$.

3) Soit $R(x) = 5x^2 - 30x + 40$.
   a) Calculer les racines de *R*.
   b) Déterminer la forme canonique de *R*.
   c) Dresser le tableau de signes de $R(x)$.

4) Soit $S(x) = -3x^2 + 7x - 1$.
   a) Dresser le tableau de variations de *S*.
   b) Préciser le minimum ou le maximum de *S*.

5) On a tracé ci-contre la courbe C_f représentative d'une fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$.
   Pour les questions suivantes, justifier les réponses avec des éléments de la représentation graphique.
   a) Quel est le signe de *a* ?
   b) Quel est le signe du discriminant Δ ?



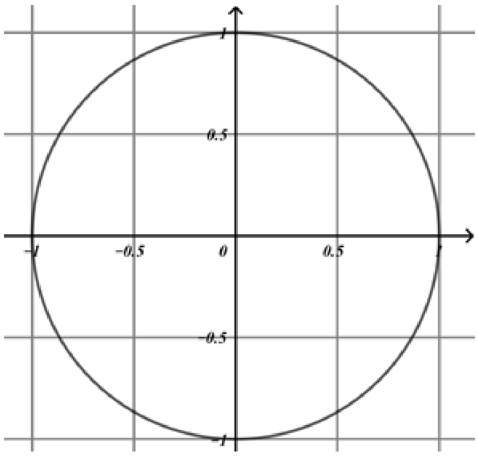
Exercice 3 **(6 points)**

On considère les trois nombres réels $A = \frac{\pi}{6}$, $B = \frac{7\pi}{6}$ et $C = \frac{130\pi}{6}$.

1) Dans cette question, aucune justification n'est attendue.

   a) Déterminer le réel appartenant à $]-\pi;\pi]$ associé à *C*.

   b) Placer sur le cercle trigonométrique ci-contre, les points associés aux réels *A*, *B* et *C*.



ATTENTION : Dans les questions 2 et 3, tout calcul non justifié ne sera pas évalué.

2) En justifiant soigneusement vos calculs, déterminer :

   a) $\cos\frac{7\pi}{6}$ b) $\sin\frac{130\pi}{6}$

3) On admet que $\cos\frac{\pi}{5} = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$.
   Déterminer par un calcul :

   a) $\cos\left(-\frac{4\pi}{5}\right)$ b) $\sin^2\frac{\pi}{5}$

<u>Exercice 4</u> (9 points)

Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

Dans cette partie, les probabilités demandées seront données sous forme décimale arrondie à 10^{-3} *près.*

Pendant la saison hivernale, une étude menée par les autorités sanitaires montre que dans une ville :

- 20% de la population est vaccinée contre la grippe ;
- 4% des personnes vaccinées ont contracté la grippe ;
- 15% des personnes non vaccinées ont contracté la grippe.

On choisit une personne de cette ville au hasard. On note les événements :

V : « la personne choisie est vaccinée contre la grippe »

G : « la personne choisie a contracté la grippe »

1) Représenter la situation par un arbre pondéré.
2) Calculer la probabilité que la personne choisie a contracté la grippe et soit vaccinée.
3) a) Montrer que $P(G) = 0{,}128$.

   b) Compléter alors la phrase : « ………..% de la population de cette ville a contracté la grippe »
4) Calculer la probabilité $P_{\overline{G}}(V)$, puis interpréter le résultat.

Partie B

Le tableau ci-dessous donne la répartition des 360 licenciés d'un club de sport.

	Jeune	Adulte	Total
Homme	85	115	200
Femme	68	92	160
Total	153	207	360

Le secrétariat du club possède une fiche de chaque licencié.

1) Le secrétaire du club prélève au hasard la fiche d'un des licenciés.

   On note les événements :

   A : « la fiche obtenue est celle d'un adulte »

   F : « la fiche obtenue est celle d'une femme »

   Pour les questions suivantes, les probabilités demandées seront données sous forme de fractions irréductibles.

   a) Calculer les probabilités $P(A)$ et $P(F)$.

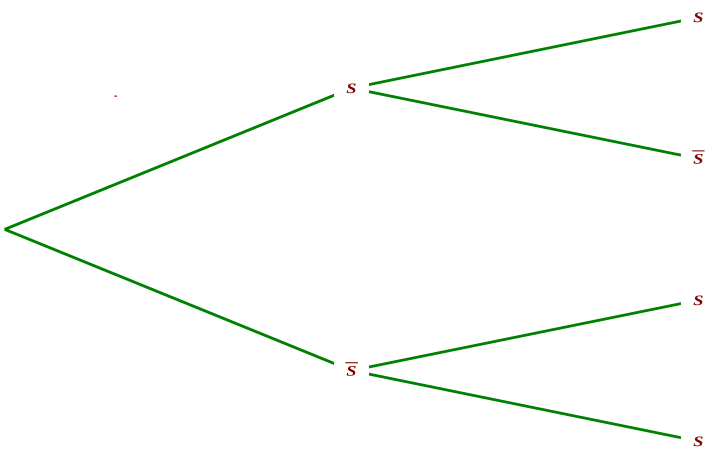
   b) Définir par une phrase l'événement $A \cap F$, puis justifier que $P(A \cap F) = \dfrac{23}{90}$.

   c) Les événements A et F sont-ils indépendants ? justifier la réponse par un calcul.

   d) La fiche obtenue par le secrétaire du club est celle d'un adulte.
   Calculer la probabilité que ce soit celle d'un homme.
2) On appelle succès l'événement S : « le secrétaire du club a prélevé une fiche d'une femme adulte ».
   Le secrétaire du club prélève désormais au hasard, successivement et avec remise, deux fiches de licenciés.

   a) Compléter l'arbre pondéré ci-contre décrivant la situation.

   b) Calculer la probabilité que le secrétaire ait prélevé au moins une fiche d'une femme adulte.
   (arrondir le résultat au centième)



<u>Exercice 5</u> (8 points)

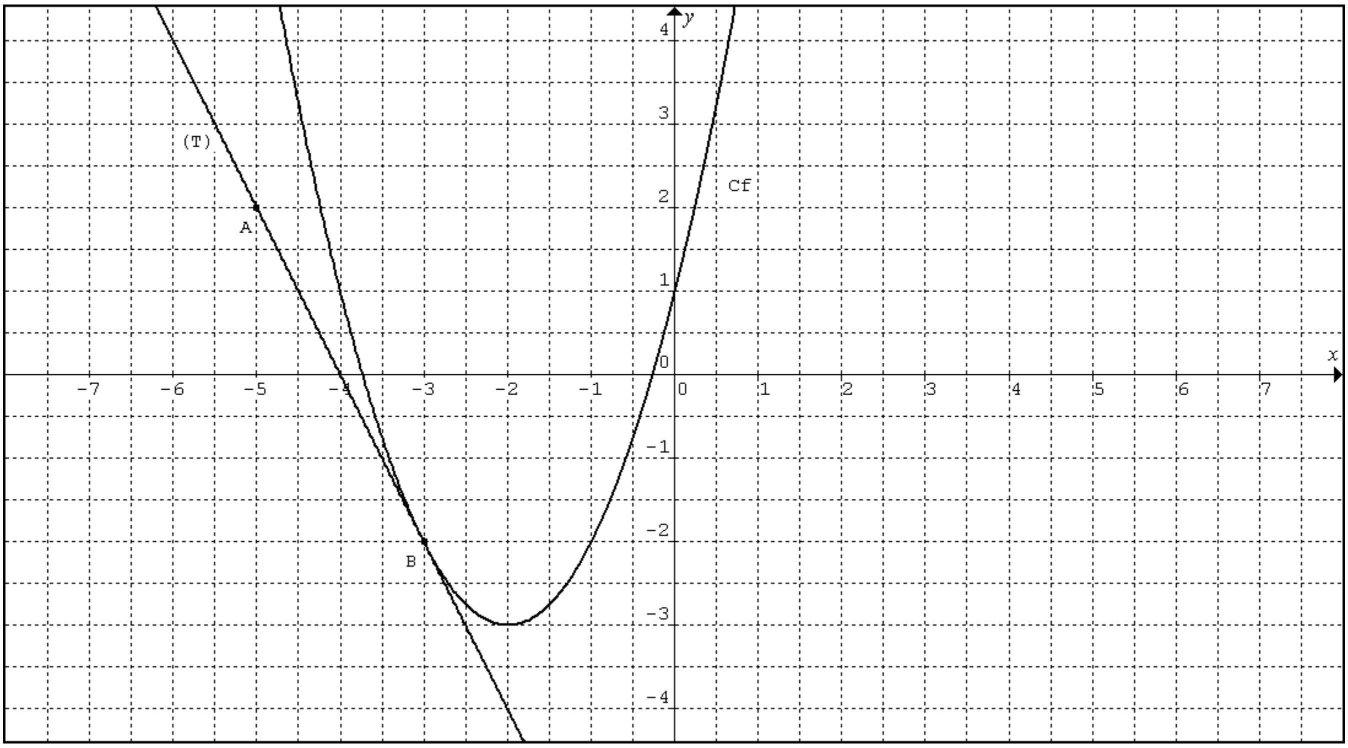
Les parties A et B de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

Dans le repère ci-dessous, la courbe C_f est la représentation graphique d'une fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$.

La tangente (T) à la courbe C_f au point d'abscisse -3 passe par les points $A(-5;2)$ et $B(-3;-2)$.

Dans cette partie, on souhaite déterminer graphiquement une équation de la tangente (T).



1) Que vaut $f(-3)$?
2) Déterminer graphiquement $f'(-3)$.
3) En déduire une équation de la tangente (T).

Partie B

La fonction f de la partie A est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 + 4x + 1$.

Dans cette partie, on souhaite déterminer algébriquement une équation de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 2.

1) Calculer $f(2)$.
2) Soit *h* un nombre réel non nul.
   a) Exprimer $f(2+h)$ en fonction de *h*.
   b) Montrer que $\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h} = 8+h$.
3) Démontrer que f est dérivable au point d'abscisse 2 et indiquer la valeur de $f'(2)$.
4) En déduire une équation de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 2.