

Devoir Commun n° 2

Sujet A

Le soin, la rigueur entreront pour une part non négligeable dans l'évaluation. Les 5 exercices sont indépendants. Vous pouvez répondre directement sur ce photocopié lorsque la place est prévue (dans les tableaux, sur les pointillés, dans les repères prévus). La calculatrice est autorisée mais elle est personnelle. Vous ne pouvez donc pas la prêter.

Le sujet est à rendre avec la copie.

Durée : 1h50 - pas de sortie anticipée

Exercice 1 :	/6
Exercice 2 :	/5
Exercice 3 :	/9
Exercice 4 :	/10
Exercice 5 :	/10
Total :	/40

Exercice 1. (6 points)

Un nouveau logiciel permet de filtrer les messages sur une messagerie électronique.

Les concepteurs l'ont testé pour 1000 messages et voici leurs conclusions :

- 600 mails sont des spams ;
- 85 % des spams sont éliminés ;
- $\frac{1}{25}$ des mails bienvenus sont éliminés.

1. Un tableau d'effectifs a été pré-rempli.

Détailler les calculs qui ont permis d'inscrire les valeurs 510 et 16 dans ce tableau.

	Nombre de spams	Nombre de mails bienvenus	Total
Nombre de mails éliminés	510	16	
Nombre de mails conservés			
Total			1000

2. Compléter le tableau d'effectifs avec les valeurs manquantes. Aucune justification n'est demandée.

3. On choisit un mail au hasard parmi les mille mails étudiés par les concepteurs de cette messagerie électronique.

On considère les événements suivants :

B : « le mail est un mail bienvenu »

S : « le mail est un spam »

E : « le mail est éliminé »

(a) Calculer $P(S)$ et $P(E)$.

(b) Que désigne l'événement \bar{E} ? Déduire sa probabilité de la question précédente.

(c) Définir à l'aide d'une phrase l'événement $S \cap E$ et calculer sa probabilité.

(d) En déduire la probabilité que le mail soit un spam ou soit éliminé.

4. On choisit au hasard un mail parmi les mails éliminés. Quelle est la probabilité que le mail soit un spam ? On arrondira au centième.

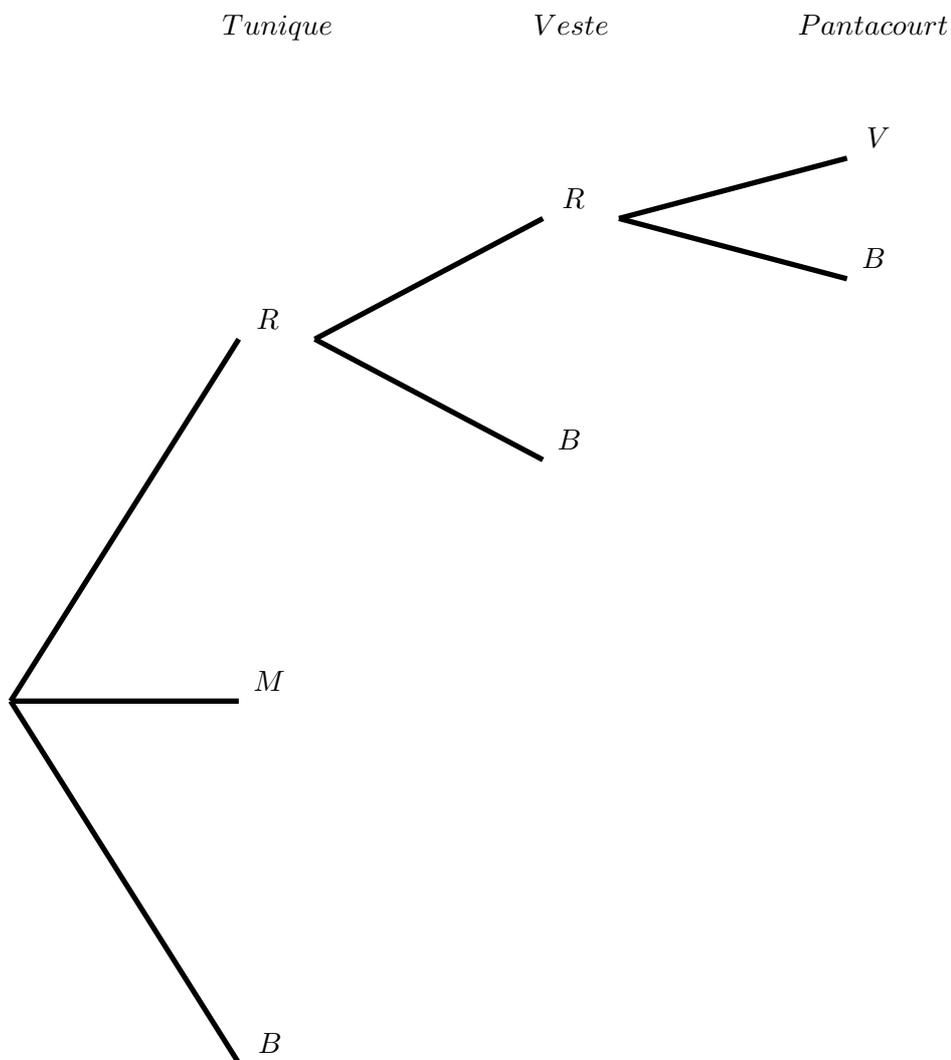
Exercice 2. (5 points)

Marie entre dans un magasin de prêt-à-porter.

Elle désire s'acheter un ensemble composé d'une tunique, d'un pantacourt et d'une veste.

Elle hésite entre 3 tuniques (l'une rouge, l'autre marron et la dernière bleue), 2 vestes (l'une rouge, l'autre bleue) et 2 pantacourts (l'un vert et l'autre bleu).

1. Compléter l'arbre des possibles suivant avec les branches et les nœuds manquants. On pourra utiliser les lettres R, M, B et V pour désigner les couleurs Rouge, Marron, Bleue et Verte.



2. Combien d'ensembles différents peut-elle choisir ?

Pour les questions suivantes, les probabilités seront données sous forme d'une fraction irréductible.

3. Calculer la probabilité qu'elle prenne le pantacourt vert et la veste bleue.
4. Quelle est la probabilité qu'elle prenne un ensemble sans la couleur bleue ?
5. Quelle est la probabilité que son ensemble soit de 3 couleurs différentes ?

Exercice 3. (9 points)

Jean-Baptiste et Éric partent en weekend. Ils décident de louer une voiture pour leur trajet. Ils comparent les tarifs de deux agences.

PARTIE A : Chez « VPC »(Voiture pas chère), le prix de la location de la voiture est de 120 € pour le weekend et chaque kilomètre parcouru coûte 0,40 €.

1. Quel est le coût total de la location s'ils parcourent 80 km pendant le weekend ?
2. On note x le nombre de kilomètres parcourus et $f(x)$ le prix à payer par Jean-Baptiste et Éric avec « VPC ». On admet que $f(x) = 0,4x + 120$. Quel est le nom d'une telle fonction ?
3. Donner, en justifiant, le sens de variation de la fonction f .
4. Jean-Baptiste et Éric ne veulent pas dépasser leur budget de 200 € pour la location du véhicule. Ils écrivent un algorithme dans lequel ils entrent le nombre de kilomètres parcourus et qui renvoie « OK » si le budget est respecté et « NON » si ce n'est pas le cas.

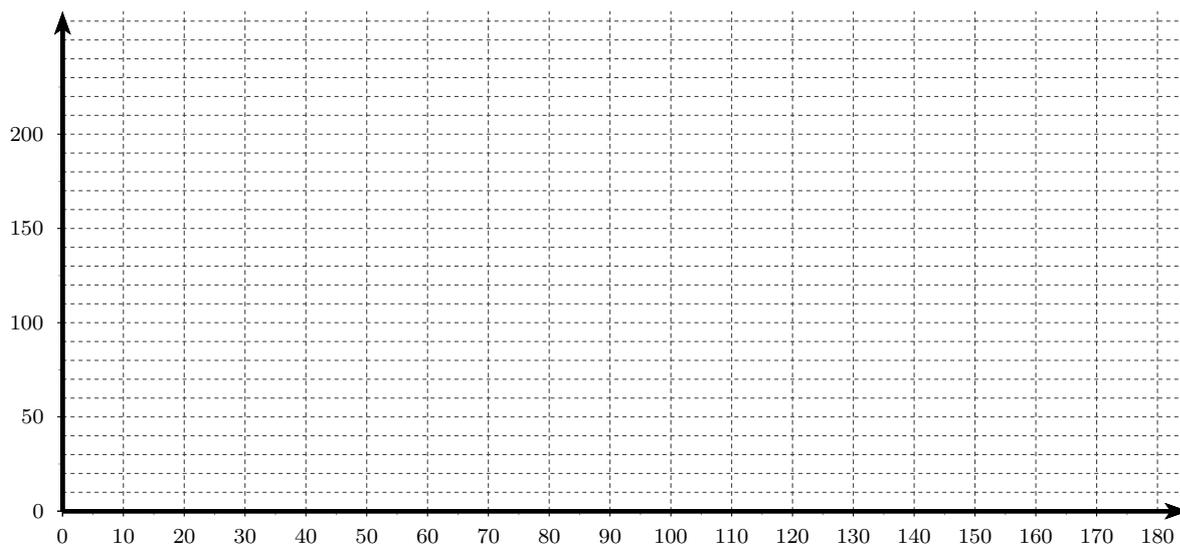
Compléter cet algorithme :

```
Saisir X
P ← .....
Si .....
    Alors afficher « OK »
Sinon .....
FinSi
```

5. Combien de kilomètres les deux amis peuvent-ils parcourir au maximum avec leur budget de 200 €? Justifier à l'aide d'une résolution d'équation bien choisie.

PARTIE B : Les deux amis trouvent une deuxième agence de location « VAL » (Voitures à Louer). Pour cette agence, seuls les kilomètres parcourus sont facturés. Chaque kilomètre parcouru coûte 2 €.

1. Justifier que le prix à payer pour 90km est de 180 € avec l'agence « VAL ». En utilisant la partie A, déterminer alors le tarif le plus intéressant. Justifier.
2. On note x le nombre de kilomètres parcourus et $g(x)$ le prix à payer par Jean-Baptiste et Éric avec « VAL ». Exprimer $g(x)$ en fonction de x .
3. Tracer les courbes représentatives de ces deux fonctions dans le repère ci-dessous. Vous justifierez le tracé.

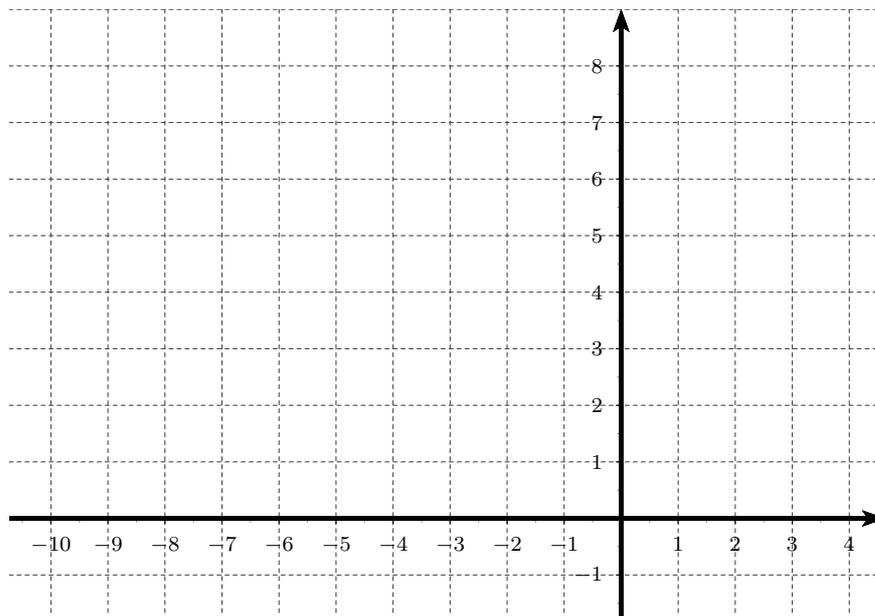


4. Avec la précision permise par le graphique, déterminer la ou les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ et interpréter le résultat.
5. Résoudre par le calcul l'inéquation $0,4x + 120 < 2x$ et interpréter le résultat.

Exercice 4. (10 points)

Soit un repère orthonormé du plan. La figure ci-dessous sera complétée au fur et à mesure de l'exercice. On considère les points $M(-8; 6.5)$; $N(-9; -1)$; $P(3; 8)$; $Q(-7; 5)$ et $R(-10; 3)$.

1. Placer les points sur la figure ci-dessous.



2. Soit K le milieu de $[NP]$. Calculer les coordonnées du point K .
3. (a) Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{RQ} et \overrightarrow{PN}
(b) Les vecteurs \overrightarrow{RQ} et \overrightarrow{PN} sont-ils colinéaires ? Justifier.
(c) Que peut-on en déduire pour les droites (QR) et (PN) ?
4. Soit G le point défini par $\overrightarrow{PG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{PN}$. Justifier, par le calcul, que les coordonnées du point G sont $(-5; 2)$.
5. Calculer les distances QG et QR . En déduire que G et R appartiennent à un même cercle dont on donnera le centre et le rayon.
6. On admet que $\overrightarrow{QM} \begin{pmatrix} -1 \\ 1.5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{QG} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$. Les points M, Q et G sont-ils alignés ? Justifier.

