Devoir commun de mathématiques n°1 : Seconde Générale et Technologique

Le mardi 21 janvier 2020 – Sujet A

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Durée de l'épreuve : 1 heure 50 minutes.

Seules les calculatrices **mode examen** sont autorisées et le mode examen devra être activé pendant l'épreuve.

La qualité de la rédaction et de la présentation entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Le sujet comporte 6 exercices indépendants.

LE SUJET SERA RENDU AVEC LA COPIE.

Exercice 1 :	/ 7
Exercice 2 :	/ 5
Exercice 3 :	/ 6
Exercice 4 :	/ 8
Exercice 5 :	/ 10
Exercice 6 :	/ 4
Total :	/ 40

Exercice 1. *(7 points)*
Les quatre questions suivantes sont indépendantes.

1. Soit $A = 360$ et $B = 2^2 \times 3^4 \times 7$.
   (a) Décomposer A en produit de nombres premiers.
   (b) En déduire la forme irréductible de $\frac{A}{B}$. Détailler la démarche.

2. Une association organise une compétition sportive ; 136 filles et 425 garçons se sont inscrits. L'association désire répartir les inscrits en équipes mixtes. Le nombre de filles doit être le même dans chaque équipe, ainsi que le nombre de garçons. Tous les inscrits doivent être dans une des équipes.
   (a) Donner la liste des diviseurs positifs de 136 et 425.
   (b) Quel est le nombre maximal d'équipes que cette association peut former ? Justifier.
   (c) Quelle est alors la composition de chaque équipe ?

3. Développer, réduire et ordonner les expressions algébriques suivantes :

   $A = 2 \times (x+3)$; $B = (x+2)(2x-1)$; $C = (3x-1)^2$.

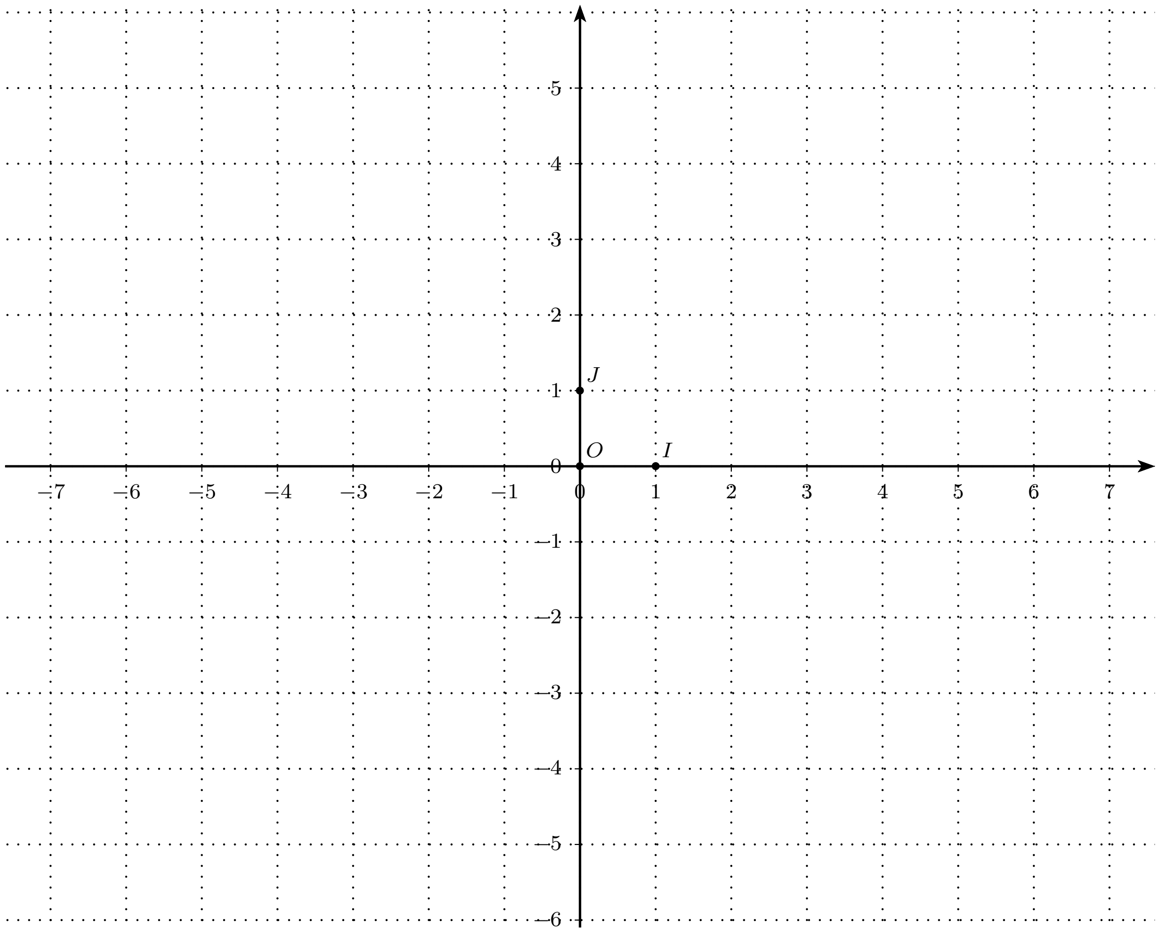
4. Factoriser l'expression algébrique suivante :

$$D = (2x-3)(x+1) + (2x-3)(4x+2).$$

Exercice 2. *(5 points)*
Soit $ABCD$ un carré de centre O.

1. Faire une figure sur votre copie. Elle sera complétée au fur et à mesure de l'exercice. Le codage de cette figure sera pris en compte dans l'évaluation.
2. Construire le point E tel que $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{EB}$ et le point F tel que les segments $[OC]$ et $[BF]$ se coupent en leur milieu.
3. Démontrer que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{FC}$.
4. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère $AECF$?

Exercice 3. *(6 points)*
Soit $(O; I, J)$ un repère orthonormé.



1. Placer les points $A(1; 3)$ et $B(7; 5)$ ci-dessus. La figure sera complétée au fur et à mesure.
2. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
3. Calculer la distance AB.
4. On admet que $OA = \sqrt{10}$ et $OB = \sqrt{74}$. Le triangle OAB est-il rectangle ? Justifier.
5. On note D le point tel que $OABD$ soit un parallélogramme.
   (a) Placer D dans le repère ci-dessus.
   (b) Compléter l'affirmation suivante : « $OABD$ est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AO}$ = ... ».
   (c) Déterminer, par le calcul, les coordonnées du point D.
6. Soit C le symétrique de A par rapport à O.
   (a) Vérifier par le calcul que les coordonnées de C sont $(-1; -3)$.
   (b) Que peut-on en déduire pour le quadrilatère $OCDB$? Justifier.

Exercice 4. *(8 points)*
Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A.

Lors d'une enquête auprès de jeunes (18-25 ans) on a interrogé 700 garçons et 1100 filles en leur demandant le lieu de leur soirée du 31/12/2019. Les seules réponses données sont : « chez leurs parents », « au restaurant » et « chez des amis ».
On a ainsi pu établir que :
- 15% des jeunes ont passé le réveillon chez leurs parents.
- 20% des jeunes ayant passé le réveillon chez leurs parents sont des garçons.
- 30% des garçons ont passé le réveillon au restaurant.
- 40% des filles ont passé le réveillon au restaurant.

On complétera le tableau suivant au fur et à mesure de l'exercice. Lorsque cela est nécessaire arrondir les pourcentages à 0,1% près.

	Chez leurs parents	Au restaurant	Chez des amis	Total
Garçons				700
Filles				1100
Total				

1. (a) Justifier l'affirmation suivante :
« 3 % des jeunes interrogés sont des garçons ayant passé le réveillon chez leurs parents ».
   (b) En déduire le nombre de garçons ayant passé le réveillon chez leurs parents.
   (c) Calculer le nombre de jeunes ayant passé le réveillon chez leurs parents.
2. (a) Justifier que 210 garçons et 440 filles ont passé le réveillon au restaurant.
   (b) Calculer la proportion de garçons parmi les jeunes ayant passé le réveillon au restaurant, puis compléter la phrase suivante :
« Environ ....% des jeunes ayant passé le réveillon au restaurant sont des garçons ».
3. Il y a 30% des garçons et 40% des filles qui ont passé le réveillon au restaurant. Peut-on, en faisant la moyenne, affirmer que 35% des jeunes ont passé le réveillon au restaurant ? Justifier la réponse.

Partie B.

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant chacune des réponses. Toute réponse injustifiée ne sera pas prise en compte.

1. Si le prix d'un article passe de 150€ à 120€, alors le prix de cet article a baissé de 30%.
2. Si le prix d'un article est multiplié par $1,3$, alors le prix de cet article a augmenté de 3%.
3. Deux augmentations successives de 40% puis de 60% du prix d'un article revient à doubler le prix de départ.
4. Si le prix d'un article augmente de 25%, alors il faut ensuite le baisser de 20% pour retrouver le prix initial.

Exercice 5. *(10 points)*
Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A : Ensembles de nombres et intervalles.
Pour chacune des quatre questions, une seule des réponses est exacte.
Une réponse exacte rapporte 0,5 point, une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte aucun point.
Noter dans le tableau ci-dessous la lettre correspondant à la bonne réponse. *Aucune justification n'est attendue.*

Questions	1	2	3	4
Réponses				

1. Quelle relation d'appartenance est correcte ?

   (a) $\frac{1}{3} \in \mathbb{D}$; (b) $\sqrt{8} \in \mathbb{Z}$; (c) $\frac{111}{3} \in \mathbb{N}$; (d) $\frac{\sqrt{7}}{3} \in \mathbb{Q}$.

2. La relation d'appartenance $x \in [-2; 3[$ est équivalente à l'inégalité :

   (a) $-2 < x < 3$; (b) $-2 < x \leqslant 3$; (c) $-2 \leqslant x \leqslant 3$; (d) $-2 \leqslant x < 3$.

3. Quel nombre n'appartient pas à la réunion d'intervalles : $[-5; 1] \cup [3; 5]$?

   (a) -1 ; (b) π ; (c) $3\sqrt{2}$; (d) $\sqrt{3}$.

4. L'intervalle $[-2; 1]$ est inclus dans l'intervalle :

   (a) $[-4; 1,001]$; (b) $[-1; 0[$; (c) $]-2; 1[$; (d) $[-1; 2]$.

Partie B : Fonctions carré et cube.

1. Donner les images par la fonction carré des nombres suivants :

   (a) $2,5$ (b) $\frac{3}{7}$

2. Donner les images par la fonction cube des nombres suivants :

   (a) -2 (b) $\frac{1}{3}$

3. Comparer, sans les calculer, les nombres suivants en justifiant précisément :

   (a) $(2,3)^3$ et $\left(\frac{5}{2}\right)^3$ (b) $(-0,211)^2$ et $\left(-\frac{1}{5}\right)^2$

4. Tracer la courbe représentative de la fonction carré dans le repère orthogonal ci-dessous.
   Vous la tracerez sur l'intervalle $[-3; 3]$.

5. Compléter la phrase suivante :
   « La courbe représentative de la fonction carré est symétrique par rapport à ....,
   on dit que la fonction carré est .... »
6. Pour les questions suivantes, on pourra réaliser un graphique (ou des graphiques) pour justifier vos résultats.

   (a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 = 16$.

   (b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 = 5$.

   (c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x^2 \leqslant 2$.

   (d) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x^2 > 4$.

Exercice 6. *(4 points)* Algorithmique.

On donne l'algorithme suivant, écrit en langage naturel, dans lequel n désigne un nombre :

$a \leftarrow n + 1$
$b \leftarrow a \times a$
$c \leftarrow b - 2 \times a$
$a \leftarrow c + 1$

1. On a testé l'algorithme pour $n = 2$:

	n	a	b	c
	2			
$a \leftarrow n+1$	2	$2+1=3$		
$b \leftarrow a \times a$	2	3	$3 \times 3 = 9$	
$c \leftarrow b - 2 \times a$	2	3	9	$9 - 2 \times 3 = 3$
$a \leftarrow c+1$	2	$c+1=4$	9	3

Pour $n = 2$, la valeur de a à la fin de l'algorithme est 4.

En vous inspirant de l'exemple précédent, compléter les tableaux suivants et leurs conclusions :

	n	a	b	c
	5			
$a \leftarrow n+1$				
$b \leftarrow a \times a$				
$c \leftarrow b - 2 \times a$				
$a \leftarrow c+1$				

Si $n = 5$, la valeur de a à l'issue
de l'algorithme est ....

	n	a	b	c
	-3			
$a \leftarrow n+1$				
$b \leftarrow a \times a$				
$c \leftarrow b - 2 \times a$				
$a \leftarrow c+1$				

Si $n = -3$, la valeur de a à l'issue
de l'algorithme est ....

2. Quelle conjecture peut-on faire sur la valeur de a en fonction de n à l'issue de cet algorithme ?
3. Démontrer ce résultat.