Devoir commun de mathématiques n°1 : Seconde Générale et Technologique Correction

Le mardi 21 janvier 2020 – Sujet A

Exercice 1. *(7 points)*

1) a) **[0,5pt]** $A = 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

b) **[0,5pt]** $\frac{A}{B} = \frac{2^3 \times 3^2 \times 5}{2^2 \times 3^4 \times 7} = \frac{2 \times 5}{3^2 \times 7} = \frac{10}{63}$

2) a) **[1pt]**

On note D_{136} l'ensemble des diviseurs positifs de 144.

$D_{136} = \{1; 2; 4; 8; 17; 34; 68; 136\}$

$(\#D_{136} = 8)$

On note D_{425} l'ensemble des diviseurs positifs de 425.

$D_{425} = \{1; 5; 17; 25; 85; 425\}$

$(\#D_{425} = 6)$

b) **[1pt]**

$pgcd(136; 425) = 17$

L'association peut former 17 équipes.

c) **[1pt]**

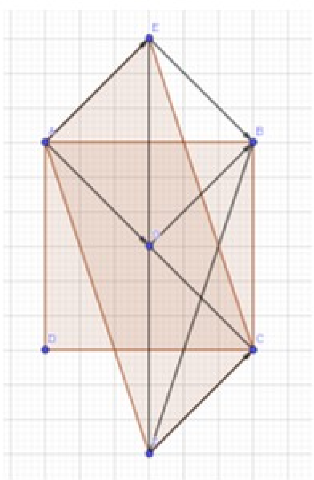
$\frac{136}{17} = 8$ et $\frac{425}{17} = 25$

Chaque équipe est alors composée de 8 filles et de 25 garçons.

3) $A = 2x + 6$ **[0,5pt]** $B = 2x^2 + 3x - 2$ **[0,5pt]** $C = 9x^2 - 6x + 1$ **[1pt]**

4) $D = (2x - 3)(5x + 3)$ **[1pt]**

Exercice 2. *(5 points)*



Carré : 0,5 E : 0,5 F : 0,5

3) $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{EB}$ donc $AOBE$ est un parallélogramme0,5, d'où $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{OB}$. 0,5

$[OC]$et $[BF]$ ont le même milieu, d'où $OBCF$ est un parallélogramme0,5.

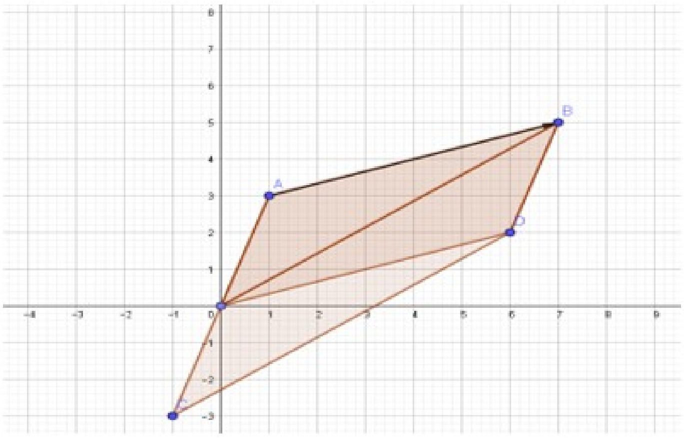
Par conséquent, $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{FC}$. 0,5

4) On en déduit par transitivité que: $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{FC}$ 1 . D'où $AECF$ est un parallélogramme0,5.

Exercice 3. *(6 points +1)*

A, B : 0,5

D : 0,5



2) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}7-1\\5-3\end{pmatrix}\ \begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix}$ 0,5

3) $AB=\sqrt{6^2+2^2}=\ \sqrt{40}$. 0,5

4) Côté le plus long : $[OB]$ $\quad OB^2=\left(\sqrt{74}\right)^2=74$ et $OA^2+AB^2=\left(\sqrt{10}\right)^2+\ \sqrt{40}^2=10+40=50$ 0,5

Or, $OB^2\neq OA^2+AB^2$ 0,5. Donc, le triangle OAB n'est pas rectangle. 0,5

5) (b) $OABD$ est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AO}=\ \overrightarrow{BD}$. 0,5

(c) Soit $D(x_D;\ y_D)$, $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}x_D-7\\y_D-5\end{pmatrix}$ 0,5 $\overrightarrow{AO}\binom{0-1}{0-3}\binom{-1}{-3}$ Or, deux vecteurs sont égaux ssi leurs coordonnées sont égales,

D'où $\begin{cases}x_D-7=-1\\y_D-5=-3\end{cases}$ 0,5 $\Leftrightarrow\begin{cases}x_D=6\\y_D=2\end{cases}$. 0,5

6) $a)$ C symétrique de A par rapport à $O\Leftrightarrow\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{OC}\Leftrightarrow\begin{cases}x_C=\ -1\\y_C=\ -3\end{cases}$ 0,5

b) $\overrightarrow{AO}=\ \overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{OC}$ donc $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{OC}$ 0,5, d'où $OCDB$ est un parallélogramme. 0,5

Exercice 4. *(8 points + 1)*

Partie A (5 points)

1. a. On sait que 15% des jeunes ont passé le réveillon chez leurs parents, dont 20% sont des garçons. On en déduit que $15\% \times 20\% = 0{,}15 \times 0{,}2 = 0{,}03 = 3\%$ des jeunes interrogés sont des garçons ayant passé le réveillon chez leurs parents. 0,5
   b. $3\% \times 1800 = 54$ garçons ont passé le réveillon chez leurs parents. 0,5
   c. $15\% \times 1800 = 270$ jeunes ont passé le réveillon chez leurs parents. 0,5
2. a. $30\% \times 700 = 210$ garçons ont passé le réveillon au restaurant. 0,25
   $40\% \times 1100 = 440$ filles ont passé le réveillon au restaurant. 0,25
   b. La proportion de garçons parmi les jeunes ayant passé le réveillon au restaurant est $\dfrac{210}{650} = \dfrac{21}{65} \approx 0{,}323$. 0,5
   Environ 32,3% des jeunes ayant passé le réveillon au restaurant sont des garçons. 0,5
   (ne pas pénaliser les pb d'arrondi)
3. La proportion de jeunes ayant passé le réveillon au restaurant est $\dfrac{650}{1800} = \dfrac{13}{36} \approx 0{,}361$.
   Environ 36,1% des jeunes ont passé le réveillon au restaurant. 0,5
   C'est donc une erreur d'affirmer que 35% des jeunes ont passé le réveillon au restaurant. 0,5

	Chez leurs parents	Au restaurant	Chez des amis	Total
Garçons	54	210	436	700
Filles	216	440	444	1 100
Total	270	650	880	1 800

1 pour le tableau complet dont 0,5 pour les valeurs 210 et 440 qui sont données et 0,5 pour le reste

Partie B (4 points)

1. Le taux d'évolution du prix de cet article est $\dfrac{120-150}{150} = -\dfrac{30}{150} = -0{,}2 = -20\%$. 0,5
   L'affirmation est **fausse** car le prix de cet article a baissé de 20%. 0,5
2. Au coefficient multiplicateur 1,3 correspond le taux d'évolution $1{,}3 - 1 = 0{,}3 = 30\%$. 0,5
   L'affirmation est **fausse** car le prix de cet article a augmenté de 30%. 0,5
3. Le prix de cet article a été multiplié par $\left(1+\dfrac{40}{100}\right)\times\left(1+\dfrac{60}{100}\right) = 1{,}4 \times 1{,}6 = 2{,}24$. 0,5
   L'affirmation est **fausse** car le prix de cet article a plus que doublé puisque $2{,}24 > 2$. 0,5
4. Le coefficient multiplicateur correspondant au taux d'évolution réciproque de +25% est égal à
   $\dfrac{1}{1+25\%} = \dfrac{1}{1{,}25} = 0{,}8$. 0,5
   L'affirmation est **vraie** car le taux d'évolution réciproque est donc égal à $0{,}8 - 1 = -0{,}2 = -20\%$. 0,5
   Remarque : on peut aussi calculer le prix final P_2 en notant P_1 le prix initial :
   $P_2 = \left(1+\dfrac{25}{100}\right)\times\left(1-\dfrac{20}{100}\right)P_1 = 1{,}25 \times 0{,}8 P_1 = P_1$
   Ce qui prouve qu'on retrouve le prix initial en appliquant successivement une hausse de 25% puis une baisse de 20%.

Exercice 5. *(10 points)*
Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A : Ensembles de nombres et intervalles.

Questions	1	2	3	4
Réponses	(c)	(d)	(d)	(a)

0.5 point par bonne réponse

Partie B : Fonctions carré et cube.

1. Calculer les images par la fonction carré des nombres suivants : $2\times$ 0.5 point

   (a) $(2,5)^2 = 6,25$

   (b) $\left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{9}{49}$

2. Calculer les images par la fonction cube des nombres suivants : $2\times$ 0.5 point

   (a) $(-2)^3 = -8$

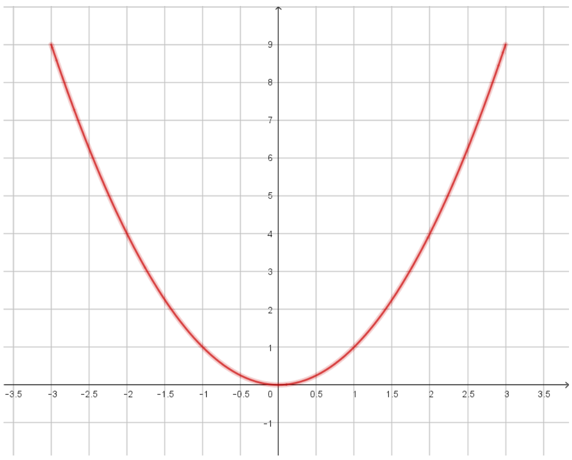
   (b) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$

3. Comparer, sans les calculer, les nombres suivants en justifiant précisément :
   $2\times$(0.25 (résultat)+ 0.5 (justification))

   (a) $(2,3)^3 \leqslant \left(\frac{5}{2}\right)^3$ car la fonction cube est croissante sur $\mathbb{R}$ et $2,3 \leqslant \frac{5}{2}$.

   (b) $(-0,211)^2 \geqslant \left(-\frac{1}{5}\right)^2$ car la fonction carré est décroissante sur $]-\infty;0]$ et $-0,211 \leqslant -\frac{1}{5}$.

4. Tracer la courbe représentative de la fonction carré dans le repère orthogonal ci-dessous. 1.5 point



5. Compléter la phrase suivante :
   « La courbe représentative de la fonction carré est symétrique par rapport à l'axe des abscisses 0.25 point, on dit que la fonction carré est paire 0.25 point. »

6. Pour les questions suivantes, on pourra réaliser un graphique (ou des graphiques) pour justifier vos résultats.

   (a) $\mathscr{S} = \{-4;4\}$. 0.5 point

   (b) $\mathscr{S} = \left\{-\sqrt{5};\sqrt{5}\right\}$.0.5 point

   (c) $\mathscr{S} = [-\sqrt{2};\sqrt{2}]$.0.75 point

   (d) $\mathscr{S} =]-\infty;-2] \cup [2;+\infty[$. 0.75 point

   Valoriser les graphiques de justification bien réalisés, -0.25 pour les erreurs de sens de crochets.

Exercice 6. *(4 points)* Algorithmique.

On donne l'algorithme suivant, écrit en langage naturel, dans lequel n désigne un nombre :

$a \leftarrow n+1$
$b \leftarrow a \times a$
$c \leftarrow b - 2 \times a$
$a \leftarrow c+1$

1. On a testé l'algorithme pour $n = 2$:

	n	a	b	c
	2			
$a \leftarrow n+1$	2	$2+1=3$		
$b \leftarrow a \times a$	2	3	$3 \times 3 = 9$	
$c \leftarrow b - 2 \times a$	2	3	9	$9 - 2 \times 3 = 3$
$a \leftarrow c+1$	2	$c+1=4$	9	3

Pour $n = 2$, la valeur de a à la fin de l'algorithme est 4.
En vous inspirant de l'exemple précédent, compléter les tableaux suivants et leurs conclusions :

	n	a	b	c
	5			
$a \leftarrow n+1$	5	6		
$b \leftarrow a \times a$	5	6	36	
$c \leftarrow b - 2 \times a$	5	6	36	24
$a \leftarrow c+1$	5	25	36	24

Si $n = 5$, la valeur de a à l'issue de l'algorithme est 25.

	n	a	b	c
	-3			
$a \leftarrow n+1$	-3	-2		
$b \leftarrow a \times a$	-3	-2	4	
$c \leftarrow b - 2 \times a$	-3	-2	4	8
$a \leftarrow c+1$	-3	9	4	

Si $n = -3$, la valeur de a à l'issue de l'algorithme est 9.

$2\times$ (1(tableau) + 0,25(ccl))

2. $a = n^2$. 0.5
3. $(n+1)^2 - 2(n+1) + 1 = n^2 + 2n + 1 - 2n - 2 + 1 = n^2$. 1 à valoriser.