

NOM : Prénom : Classe :

Durée de l'épreuve : 1 heure 50 minutes.

Seules les calculatrices **mode examen** sont autorisées et le mode examen devra être activé pendant l'épreuve.

La qualité de la rédaction et de la présentation entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Le sujet comporte 6 exercices indépendants.

LE SUJET SERA RENDU AVEC LA COPIE.

Exercice 1 :	/ 7
Exercice 2 :	/ 5
Exercice 3 :	/ 6
Exercice 4 :	/ 8
Exercice 5 :	/ 10
Exercice 6 :	/ 4
Total :	/ 40

Exercice 1. (7 points)

Les quatre questions suivantes sont indépendantes.

1. Soit $A = 540$ et $B = 2 \times 3^2 \times 5 \times 11$.

(a) Décomposer A en produit de nombres premiers.

(b) En déduire la forme irréductible de $\frac{A}{B}$. Détailler la démarche.

2. Une association organise une compétition sportive ; 144 filles et 252 garçons se sont inscrits. L'association désire répartir les inscrits en équipes mixtes. Le nombre de filles doit être le même dans chaque équipe, ainsi que le nombre de garçons. Tous les inscrits doivent être dans une des équipes.

(a) Donner la liste des diviseurs positifs de 144 et 252.

(b) Quel est le nombre maximal d'équipes que cette association peut former ? Justifier.

(c) Quelle est alors la composition de chaque équipe ?

3. Développer, réduire et ordonner les expressions algébriques suivantes :

$$A = 3 \times (x + 4) ;$$

$$B = (2x + 1)(3x - 2) ;$$

$$C = (2x - 1)^2.$$

4. Factoriser l'expression algébrique suivante :

$$D = (2x - 3)(x + 1) + (2x - 3)(2x + 5).$$

Exercice 2. (5 points)

Soit $RSTU$ un carré de centre Z .

1. Faire une figure sur votre copie. Elle sera complétée au fur et à mesure de l'exercice. Le codage de cette figure sera pris en compte dans l'évaluation.

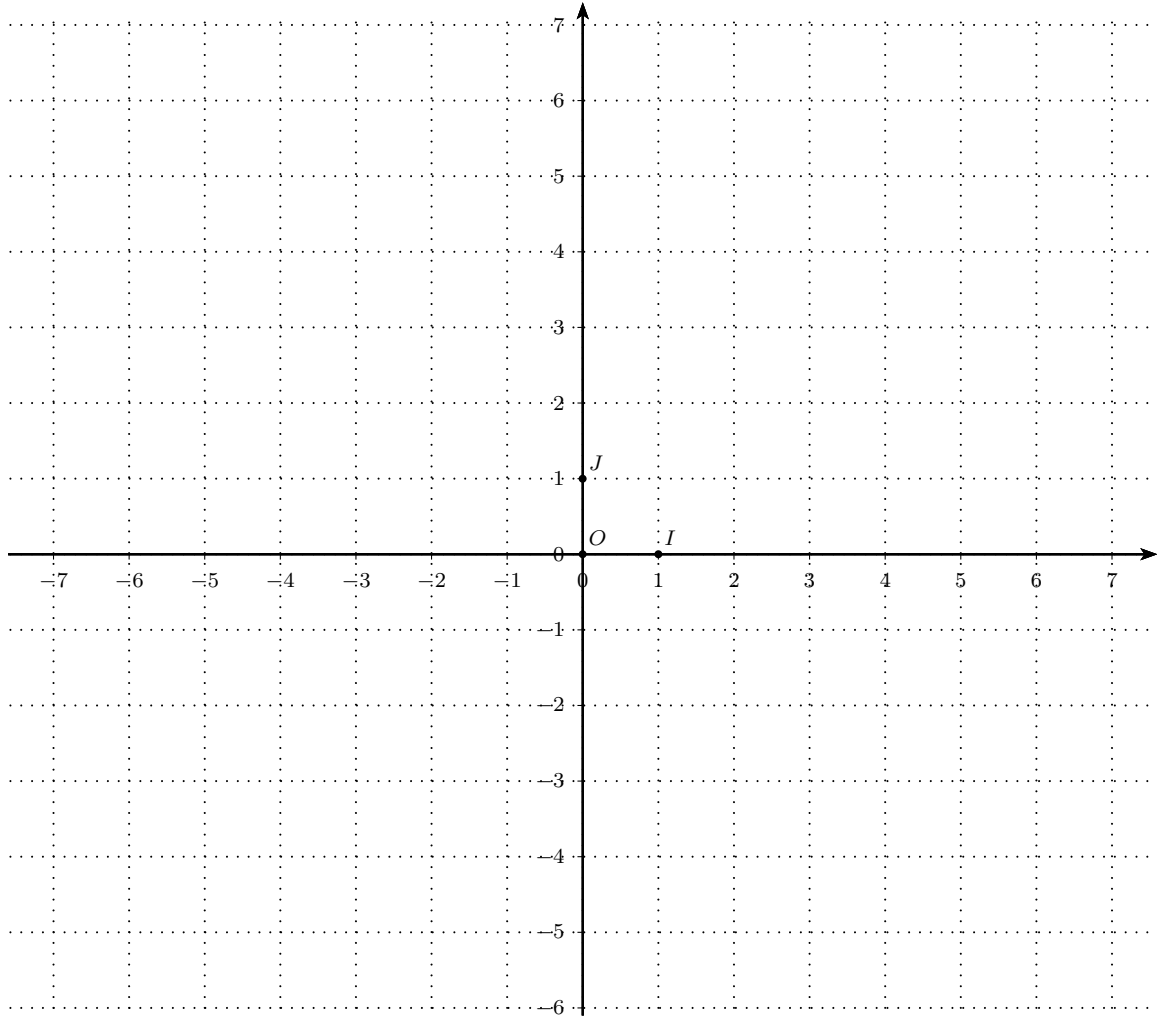
2. Construire le point P tel que $\overrightarrow{RZ} = \overrightarrow{PS}$ et le point Q tel que les segments $[ZT]$ et $[SQ]$ se coupent en leur milieu.

3. Démontrer que $\overrightarrow{RP} = \overrightarrow{ZS}$ et $\overrightarrow{ZS} = \overrightarrow{QT}$.

4. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère $RPTQ$?

Exercice 3. (6 points)

Soit $(O; I, J)$ un repère orthonormé.



- Placer les points $E(3; 1)$ et $F(5; 7)$ ci-dessus. La figure sera complétée au fur et à mesure.
- Calculer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{EF} .
- Calculer la distance EF .
- On admet que $OE = \sqrt{10}$ et $OF = \sqrt{74}$. Le triangle OEF est-il rectangle? Justifier.
- On note G le point tel que $OEF G$ soit un parallélogramme.
 - Placer G dans le repère ci-dessus.
 - Compléter l'affirmation suivante : « $OEF G$ est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{EO} = \dots\dots$ ».
 - Déterminer, par le calcul, les coordonnées du point G .
- Soit H le symétrique de E par rapport à O .
 - Vérifier par le calcul que les coordonnées de H sont $(-3; -1)$.
 - Que peut-on en déduire pour le quadrilatère $O H G F$? Justifier.

Exercice 4. (8 points)

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A.

Lors d'une enquête auprès de jeunes (18-25 ans) on a interrogé 600 garçons et 900 filles en leur demandant le lieu de leur soirée du 31/12/2019. Les seules réponses données sont : « chez leurs parents », « au restaurant » et « chez des amis ».

On a ainsi pu établir que :

- 20% des jeunes ont passé le réveillon chez leurs parents.
- 85% des jeunes ayant passé le réveillon chez leurs parents sont des filles.
- 25% des garçons ont passé le réveillon au restaurant.
- 35% des filles ont passé le réveillon au restaurant.

On complétera le tableau suivant au fur et à mesure de l'exercice. Lorsque cela est nécessaire arrondir les pourcentages à 0,1% près.

	Chez leurs parents	Au restaurant	Chez des amis	Total
Garçons				600
Filles				900
Total				

1. (a) Justifier l'affirmation suivante :
« 17 % des jeunes interrogés sont des filles ayant passé le réveillon chez leurs parents ».
- (b) En déduire le nombre de filles ayant passé le réveillon chez leurs parents.
- (c) Calculer le nombre de jeunes ayant passé le réveillon au restaurant.
2. (a) Justifier que 150 garçons et 315 filles ont passé le réveillon au restaurant.
- (b) Calculer la proportion de filles parmi les jeunes ayant passé le réveillon au restaurant, puis compléter la phrase suivante :
« Environ% des jeunes ayant passé le réveillon au restaurant sont des filles ».
3. Il y a 25% des garçons et 35% des filles qui ont passé le réveillon au restaurant. Peut-on, en faisant la moyenne, affirmer que 30% des jeunes ont passé le réveillon au restaurant ? Justifier la réponse.

Partie B.

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant chacune des réponses. Toute réponse injustifiée ne sera pas prise en compte.

1. Si le prix d'un article passe de 120€ à 150€, alors le prix de cet article a augmenté de 30%.
2. Si le prix d'un article est multiplié par 0,9, alors le prix de cet article a augmenté de 10%.
3. Deux augmentations successives de 30% puis de 70% du prix d'un article revient à doubler le prix de départ.
4. Si le prix d'un article diminue de 20%, alors il faut ensuite l'augmenter de 25% pour retrouver le prix initial.

En vous inspirant de l'exemple précédent, compléter les tableaux suivants et leurs conclusions :

	n	a	b	c
	-3			
$a \leftarrow n - 1$				
$b \leftarrow a \times a$				
$c \leftarrow b + 2 \times a$				
$a \leftarrow c + 1$				

Si $n = -3$, la valeur de a à l'issue de l'algorithme est

	n	a	b	c
	4			
$a \leftarrow n - 1$				
$b \leftarrow a \times a$				
$c \leftarrow b + 2 \times a$				
$a \leftarrow c + 1$				

Si $n = 4$, la valeur de a à l'issue de l'algorithme est

2. Quelle conjecture peut-on faire sur la valeur de a en fonction de n à l'issue de cet algorithme ?
3. Démontrer ce résultat.