Devoir commun de mathématiques n°1 : Seconde Générale et Technologique Correction

Le mardi 21 janvier 2020 – Sujet B

Exercice 1. *(7 points)*

1) a) **[0,5pt]** $A = 540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$

b) **[0,5pt]** $\frac{A}{B} = \frac{2^2\times 3^3\times 5}{2\times 3^2\times 5\times 11} = \frac{2\times 3}{11} = \frac{6}{11}$

2) a) **[1pt]**

On note D_{144} l'ensemble des diviseurs positifs de 144.

$D_{144} = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 12; 16; 18; 24; 36; 48; 72; 144\}$

$(\#D_{144} = 15)$

On note D_{144} l'ensemble des diviseurs positifs de 252.

$D_{252} = \{1; 2; 3; 4; 6; 7; 9; 12; 14; 18; 21; 28; 36; 42; 63; 84; 126; 252\}$ $(\#D_{252} = 18)$

b) **[1pt]**

$pgcd(144; 252) = 36$

L'association peut former 36 équipes.

c) **[1pt]**

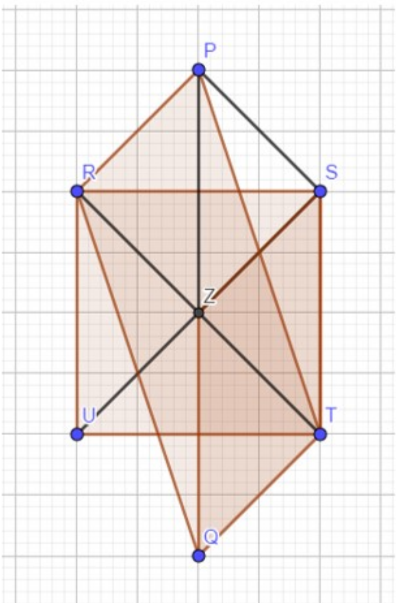
$\frac{144}{36} = 4$ et $\frac{252}{36} = 7$

Chaque équipe est alors composée de 4 filles et de 7 garçons.

3) $A = 3x + 4$ **[0,5pt]** $B = 6x^2 - x - 2$ **[0,5pt]** $C = 4x^2 - 4x + 1$ **[1pt]**

4) $D = (2x - 3)(3x + 6)$ **[1pt]**

Exercice 2. *(5 points)*



Carré : 0,5 P : 0,5 Q : 0,5

3) $\overrightarrow{RZ} = \overrightarrow{PS}$ donc $RZSP$ est un parallélogramme0,5 , d'où $\overrightarrow{RP} = \overrightarrow{ZS}$.0,5

$[ZT]$et $[SQ]$ ont le même milieu, d'où $ZQTS$ est un parallélogramme.0,5

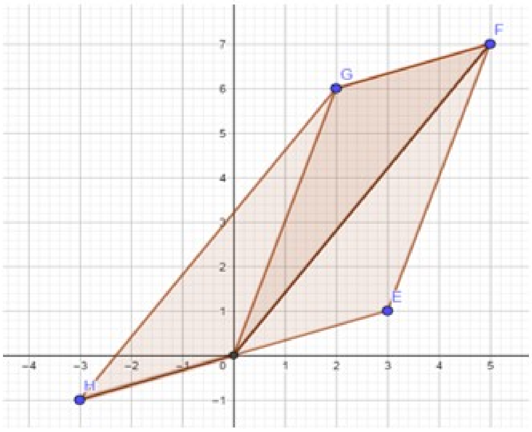
Par conséquent, $\overrightarrow{ZS} = \overrightarrow{QT}$. 0,5

4) On en déduit par transitivité que: $\overrightarrow{RP} = \overrightarrow{QT}$. 1 D'où $RPTQ$ est un parallélogramme.0,5

Exercice 3. *(6 points + 1)*

E, F : 0,5

G : 0,5



2) $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix}5-3\\7-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\6\end{pmatrix}$ 0,5

3) $EF=\sqrt{2^2+6^2}=\sqrt{40}$ 0,5

4) Côté le plus long : $[OF]$ $OF^2=\left(\sqrt{74}\right)^2=74$ et $OE^2+EF^2=\left(\sqrt{10}\right)^2+\sqrt{40}^2=10+40=50$ 0,5

Or, $OF^2\neq OE^2+EF^2$0,5. Donc, le triangle OEF n'est pas rectangle.0,5

5) (b) $OEFG$ est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{EO}=\overrightarrow{FG}$.0,5

(c) Soit $G(x_G;\ y_G)$, $\overrightarrow{FG}\begin{pmatrix}x_G-5\\y_G-7\end{pmatrix}$ 0,5 $\overrightarrow{EO}\begin{pmatrix}0-3\\0-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3\\-1\end{pmatrix}$ Or, deux vecteurs sont égaux ssi leurs coordonnées sont égales,

D'où $\begin{cases}x_G-5=-3\\y_G-7=-1\end{cases}$ 0,5 $\Leftrightarrow\begin{cases}x_G=2\\y_G=6\end{cases}$.0,5

6) a) H symétrique de E par rapport à $O\Leftrightarrow\overrightarrow{EO}=\overrightarrow{OH}\Leftrightarrow\begin{cases}x_H=-3\\y_H=-1\end{cases}$0,5

b) $\overrightarrow{EO}=\overrightarrow{FG}$ et $\overrightarrow{EO}=\overrightarrow{OH}$ donc $\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{OH}$ 0,5 , d'où $OHGF$ est un parallélogramme.0,5

Exercice 4. *(8 points + 1)*

Partie A (5 points)

1. a. On sait que 20% des jeunes ont passé le réveillon chez leurs parents, dont 85% sont des filles. On en déduit que $20\% \times 85\% = 0,2 \times 0,85 = 0,17 = 17\%$ des jeunes interrogés sont des filles ayant passé le réveillon chez leurs parents. 0,5
   b. $17\% \times 1500 = 255$ filles ont passé le réveillon chez leurs parents. 0,5
   c. $20\% \times 1500 = 300$ jeunes ont passé le réveillon chez leurs parents.
   $25\% \times 600 = 150$ garçons ont passé le réveillon au restaurant.
   $35\% \times 900 = 315$ filles ont passé le réveillon au restaurant.
   $150 + 315 = 465$ jeunes ont passé le réveillon au restaurant. 0,5
2. a. $25\% \times 600 = 150$ garçons ont passé le réveillon au restaurant. 0,25
   $35\% \times 900 = 315$ filles ont passé le réveillon au restaurant. 0,25

   b. La proportion de filles parmi les jeunes ayant passé le réveillon au restaurant est $\dfrac{315}{465} = \dfrac{21}{31} \approx 0,677$. 0,5

   Environ 67,7% des jeunes ayant passé le réveillon au restaurant sont des filles. 0,5
   (ne pas pénaliser les pb d'arrondi)
3. La proportion de jeunes ayant passé le réveillon au restaurant est $\dfrac{465}{1500} = \dfrac{31}{100} = 0,31$. 0,5

   31% des jeunes ont passé le réveillon au restaurant.
   C'est donc une erreur d'affirmer que 30% des jeunes ont passé le réveillon au restaurant. 0,5

	Chez leurs parents	Au restaurant	Chez des amis	Total
Garçons	45	150	405	600
Filles	255	315	330	900
Total	300	465	735	1 500

1 pour le tableau complet dont 0,5 pour les valeurs 150 et 315 qui sont données et 0,5 pour le reste

Partie B (4 points)

1. Le taux d'évolution du prix de cet article est $\dfrac{150-120}{120} = \dfrac{30}{120} = 0,25 = 25\%$. 0,5

   L'affirmation est **fausse** car le prix de cet article a augmenté de 25%. 0,5
2. Au coefficient multiplicateur 0,9 correspond le taux d'évolution $0,9 - 1 = -0,1 = -10\%$. 0,5
   L'affirmation est **fausse** car le prix de cet article a baissé de 10%. 0,5
3. Le prix de cet article a été multiplié par $\left(1+\dfrac{30}{100}\right)\times\left(1+\dfrac{70}{100}\right) = 1,3 \times 1,7 = 2,21$. 0,5

   L'affirmation est **fausse** car le prix de cet article a plus que doublé puisque $2,21 > 2$. 0,5
4. Le coefficient multiplicateur correspondant au taux d'évolution réciproque de -20% est égal à
   $\dfrac{1}{1-20\%} = \dfrac{1}{0,8} = 1,25$. 0,5
   L'affirmation est **vraie** car le taux d'évolution réciproque est donc égal à $1,25 - 1 = 0,25 = 25\%$. 0,5
   Remarque : on peut aussi calculer le prix final P_2 en notant P_1 le prix initial :
   $$P_2 = \left(1-\frac{20}{100}\right)\times\left(1+\frac{25}{100}\right)P_1 = 0,8 \times 1,25 P_1 = P_1$$
   Ce qui prouve qu'on retrouve le prix initial en appliquant successivement une baisse de 20% puis une hausse de 25%.

Exercice 5. *(10 points)*
Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A : Ensembles de nombres et intervalles.

Questions	1	2	3	4
Réponses	(b)	(b)	(a)	(d)

0.5 point par bonne réponse

Partie B : Fonctions carré et cube.

1. Calculer les images par la fonction carré des nombres suivants : 2× 0.5 point

   (a) $(-1,5)^2 = 2,25$

   (b) $\left(\frac{7}{3}\right)^2 = \frac{49}{9}$

2. Calculer les images par la fonction cube des nombres suivants : 2× 0.5 point

   (a) $3^3 = 27$

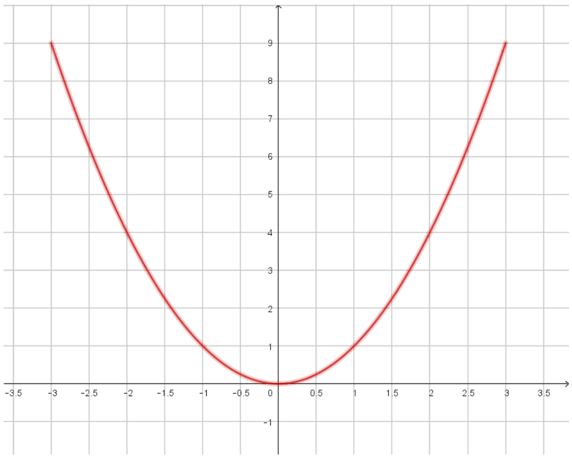
   (b) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{1}{27}$

3. Comparer, sans les calculer, les nombres suivants en justifiant précisément :
   2×(0.25 (résultat)+ 0.5 (justification))

   (a) $(2,3)^2 \leqslant \left(\frac{5}{2}\right)^2$ car la fonction carré est croissante sur $[0;+\infty[$ et $2,3 \leqslant \frac{5}{2}$.

   (b) $(-0,211)^3 \leqslant \left(-\frac{1}{5}\right)^3$ car la fonction cube est croissante sur $\mathbb{R}$ et $-0,211 \leqslant -\frac{1}{5}$.

4. Tracer la courbe représentative de la fonction carré dans le repère orthogonal ci-dessous.
   Vous la tracerez sur l'intervalle $[-3;3]$. 1.5



5. Compléter la phrase suivante :
   « La courbe représentative de la fonction carré est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées 0.25 , on dit que la fonction carré est paire0.25 . »

6. Pour les questions suivantes, on pourra réaliser un graphique (ou des graphiques) pour justifier vos résultats.

   (a) $\mathscr{S} = \{-3;3\}$. 0.5 point

   (b) $\mathscr{S} = \left\{-\sqrt{7};\sqrt{7}\right\}$.0.5 point

   (c) $\mathscr{S} =]-\infty;-2] \cup [2;+\infty[$. 0.75 point

   (d) $\mathscr{S} =]-\sqrt{3};\sqrt{3}[$.0.75 point

Valoriser les graphiques de justification bien réalisés, -0.25 pour les erreurs de sens de crochets.

Exercice 6. *(4 points)* Algorithmique.

On donne l'algorithme suivant, écrit en langage naturel, dans lequel n désigne un nombre :

$$
\boxed{\begin{array}{l} a \leftarrow n-1 \\ b \leftarrow a \times a \\ c \leftarrow b + 2 \times a \\ a \leftarrow c + 1 \end{array}}
$$

1. On a testé l'algorithme pour $n = 3$:

	n	a	b	c
	3			
$a \leftarrow n-1$	3	$3-1=2$		
$b \leftarrow a \times a$	3	2	$2 \times 2 = 4$	
$c \leftarrow b + 2 \times a$	3	2	4	$4 + 2 \times 2 = 8$
$a \leftarrow c + 1$	3	$8+1=9$	4	8

Pour $n = 3$, la valeur de a à la fin de l'algorithme est 9.

En vous inspirant de l'exemple précédent, compléter les tableaux suivants et leurs conclusions :

	n	a	b	c
	-3			
$a \leftarrow n-1$	-3	-4		
$b \leftarrow a \times a$	-3	-4	16	
$c \leftarrow b + 2 \times a$	-3	-4	16	8
$a \leftarrow c + 1$	-3	9	16	8

Si $n = -3$, la valeur de a à l'issue de l'algorithme est 9.

	n	a	b	c
	4			
$a \leftarrow n-1$	4	3		
$b \leftarrow a \times a$	4	3	9	
$c \leftarrow b + 2 \times a$	4	3	9	15
$a \leftarrow c + 1$	4	16	9	15

Si $n = 4$, la valeur de a à l'issue de l'algorithme est 16.

$2\times$ (1(tableau) + 0,25(ccl))

2. $a = n^2$. 0.5
3. $(n-1)^2 + 2(n-1) + 1 = n^2 - 2n + 1 + 2n - 2 + 1 = n^2$. 1 à valoriser.