

MATHÉMATIQUES : DEVOIR COMMUN N°1
SECONDE GÉNÉRALE ET TECHNOLOGIQUE

18 Janvier 2022 – SUJET B

NOM : PRÉNOM : CLASSE :

*Les calculatrices sont autorisées. Le barème prend en compte la rédaction, la qualité de l'expression et la présentation de la copie. Le barème est donné à titre indicatif.***Le sujet est à rendre avec la copie.****Durée : 1h50**

| | |
|--------------|-----|
| Exercice 1 : | /3 |
| Exercice 2 : | /9 |
| Exercice 3 : | /10 |
| Exercice 4 : | /10 |
| Exercice 5 : | /4 |
| Exercice 6 : | /4 |
| Total : | /40 |

Exercice 1. Ensemble de nombres et intervalles**Partie A : QCM**

Pour chacune des deux questions suivantes, une seule des quatre réponses est exacte. Vous indiquerez dans le cadre la lettre correspondant à la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée.

1. La relation d'appartenance $x \in]-\infty; 5[$ est équivalente à l'inégalité :

- (a)
- $x > 5$
- (b)
- $x \geq 5$
- (c)
- $x < 5$
- (d)
- $x \leq 5$

réponse :

2. Soient $I =]-\infty; 7[$ et $J =]4; 15[$ deux intervalles de \mathbb{R} .Parmi les nombres suivants, lequel n'appartient pas à $I \cup J$?

- (a) 15 (b)
- π
- (c) 5 (d)
- $\sqrt{3}$

réponse :

Partie B :

Préciser à quel plus petit ensemble de nombres appartiennent les nombres ci-dessous parmi les 5 ensembles de nombres vus en classe.

Complétez la phrase sur le photocopié avec le symbole ou le nom complet de l'ensemble - pas de justification attendue :

1. Le plus petit ensemble de nombres auquel $-\sqrt{25}$ appartient est2. Le plus petit ensemble de nombres auquel $\frac{\sqrt{2}}{5}$ appartient est3. Le plus petit ensemble de nombres auquel $\frac{8}{12}$ appartient est

4. Le plus petit ensemble de nombres auquel 1,5 appartient est

Exercice 2. Fonctions carré et cube

1. Calculer l'image par la fonction carré de $-\frac{4}{5}$.
2. Donner les éventuels antécédents de 49 par la fonction carré.
3. Calculer l'image par la fonction cube de -2 .
4. Comparer, sans les calculer, les nombres suivants en justifiant précisément votre réponse :

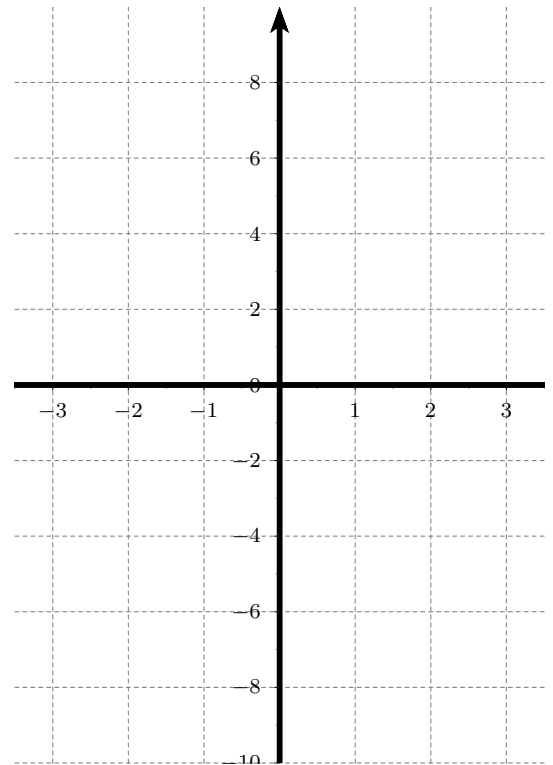
(a) $(-0,445)^2$ et $\left(-\frac{2}{5}\right)^2$

(b) $(5,2)^3$ et $\left(\frac{3}{5}\right)^3$

5. Recopier et compléter la phrase suivante :

« La courbe représentative de la fonction carré est symétrique par rapport à ..., on dit que la fonction carré est ... ».

6. Représenter dans le repère orthogonal ci-contre la courbe représentative de la fonction cube sur l'intervalle $[-2; 2]$ le plus précisément possible.



7. Pour les équations/inéquations suivantes, vous pourrez réaliser un ou plusieurs graphique(s) pour justifier vos résultats :
 - (a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $x^2 = -7$;
 - (b) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation : $x^2 \geq 5$;
 - (c) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $x^3 = 64$.

Exercice 3. Activités numériques : Les questions 1. à 4. ci-dessous sont indépendantes.

1. On considère les expressions : $A = 5x(3x + 4)$ et $B = (3x + 4)(x - 2)$.
 - (a) Développer l'expression de $A + B$ et montrer que $A + B = 18x^2 + 18x - 8$.
 - (b) Calculer $A + B$ pour $x = -1$.
 - (c) Factoriser l'expression de $A - B$ et montrer que $A - B = (3x + 4)(4x + 2)$.
 - (d) Résoudre l'équation $(3x + 4)(4x + 2) = 0$.
En déduire pour quelle(s) valeur(s) de x les expressions de A et B sont égales.
2. Par un calcul astucieux que vous détaillerez, calculez $C = 999^2$.
3. On considère le nombre $D = (\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)$. Montrer par le calcul que D est un entier.
4. On considère le nombre $E = \sqrt{12} + 5\sqrt{27} - \sqrt{3}$.
Simplifier les racines carrées et écrire E sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers relatifs, b étant un nombre positif le plus petit possible. Justifiez les étapes de calcul.

Exercice 4. Vecteurs

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

Rappel (Propriété de collège) : Si, dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point de ce cercle alors ce triangle est rectangle.

Vous complétez la figure ci-dessous au fur et à mesure de l'exercice. Vous pourrez vérifier à la fin de l'exercice que vous avez bien placé les points A, B, M, D et E ainsi que le cercle (C) et le polygone évoqué dans l'exercice.



On considère les points $A(7; 5)$ et $B(1; -1)$.

1. Montrer que les coordonnées du milieu M du segment $[AB]$ sont $M(4; 2)$.
2. Justifier que la longueur AB vaut $6\sqrt{2}$.
3. On considère le cercle (C) de diamètre $[AB]$.
 - (a) Quel est le rayon du cercle (C) ?
 - (b) On considère le point $D(1; 5)$. Calculer la longueur MD . Que peut-on en déduire pour le point D ?
4. (a) Calculer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{DB} .
 - (b) Soit le point E tel que $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AE}$. Montrer que les coordonnées du point E sont $(7; -1)$.
5. Justifier que le quadrilatère $ADBE$ est un carré.

Exercice 5. Algorithmique

On considère l'algorithme suivant :

Donner la valeur de x
 a prend la valeur $x - 3$
 y prend la valeur a^2
 y prend la valeur $y + 5$
Afficher y

1. Tester cet algorithme pour $x = 4$ puis $x = -2$ en complétant les tableaux ci-dessous :

| | x | a | y |
|-----------------------------|-----|-----|-----|
| Donner la valeur de x | 4 | | |
| a prend la valeur $x - 3$ | | | |
| y prend la valeur a^2 | | | |
| y prend la valeur $y + 5$ | | | |
| Affichage : | | | |

| | x | a | y |
|-----------------------------|-----|-----|-----|
| Donner la valeur de x | -2 | | |
| a prend la valeur $x - 3$ | | | |
| y prend la valeur a^2 | | | |
| y prend la valeur $y + 5$ | | | |
| Affichage : | | | |

2. Quelle est la valeur affichée par cet algorithme en fonction de x ?

Vous pourrez vous aider d'un tableau pour justifier.

3. Céline affirme que cet algorithme permet de calculer $x^2 - 6x + 14$. A-t-elle raison ? Justifier.

Exercice 6. Pourcentages et évolution

Pour chacune des quatre questions suivantes, une seule des quatre réponses est exacte. Vous indiquerez dans le cadre la lettre correspondant à la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée.

1. Dans un club de basket constitué de 384 adhérents, un sondage est réalisé pour décider de la couleur des futurs maillots. Les adhérents, qui ont tous voté, ont le choix entre deux couleurs : le vert et le bleu. Le sondage indique que 144 adhérents ont choisi la couleur bleue.

Quelle est la proportion d'adhérents de ce club ayant préféré la couleur verte ?

- (a) 37,5%; (b) 6,25%; (c) 3,75; (d) 0,625.

| |
|-----------|
| réponse : |
|-----------|

2. Jean désire acheter une automobile qui, neuve, vaut 14 000 €. Jean dit que l'achat de l'automobile représente 70% de son budget. Le budget dont dispose Jean est de :

- (a) 46 667 €; (b) 23 800 €; (c) 20 000 €; (d) 9 800 €.

| |
|-----------|
| réponse : |
|-----------|

3. Un lycée compte 35% d'élèves en seconde parmi lesquels 25% étudient l'italien en LV2. Parmi les élèves de ce lycée, quelle est la proportion d'élèves de seconde étudiant l'italien en deuxième langue ?

- (a) 87,5%; (b) 60%; (c) 14%; (d) 8,75%.

| |
|-----------|
| réponse : |
|-----------|

4. A 19h, dans un magasin qui fait une nocturne, on compte 1 800 clients. A 21h, il reste seulement 600 clients. La fréquentation a baissé à 1% près, de :

- (a) 67%; (b) 33%; (c) 3%; (d) 2%.

| |
|-----------|
| réponse : |
|-----------|