

NOM : Prénom : Classe :

Durée de l'épreuve : 1 heure 50 minutes.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

La qualité de la rédaction et de la présentation entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Le sujet comporte 5 exercices indépendants.

Exercice 1 :	/ 5
Exercice 2 :	/ 9
Exercice 3 :	/ 7
Exercice 4 :	/ 10
Exercice 5 :	/ 9
Total :	/ 40

LE SUJET SERA RENDU AVEC LA COPIE.

Exercice 1. Arithmétique

(5 points)

Les deux questions suivantes sont indépendantes.

1. Soit $A = 2^2 \times 3 \times 5$ et $B = 450$.

(a) Décomposer B en produit de nombres premiers.

(b) En déduire la forme irréductible de $\frac{A}{B}$. Détailler la démarche.

2. Un fleuriste dispose de 188 tulipes et 235 roses. Il décide de composer des bouquets, dont le nombre de tulipes doit être le même dans chaque bouquet et dont le nombre de roses doit être le même dans chaque bouquet.

Il souhaite que toutes les fleurs soient utilisées.

(a) Donner la liste des diviseurs positifs de 188 et 235.

(b) Quel est le nombre maximal de bouquets que le fleuriste peut composer ? Justifier.

(c) Quelle est alors la composition de chaque bouquet ?

Exercice 2. Fonctions

(9 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (-2x + 5)(x + 1) + 4(x + 1)$.

1. (a) Démontrer en factorisant que, pour tout x réel, $f(x) = (-2x + 9)(x + 1)$.

(b) Compléter en justifiant le tableau de signe de $f(x) = (-2x + 9)(x + 1)$ sur \mathbb{R} ci-dessous.

x	$-\infty$	$+\infty$
$-2x + 9$				
$x + 1$				
$f(x)$				

(c) En déduire l'ensemble solution de l'inéquation $f(x) > 0$.

2. (a) Démontrer en développant que, pour tout x réel, $f(x) = -2x^2 + 7x + 9$.

(b) Le nombre 3 est-il solution de l'équation $-2x^2 + 7x + 9 = 12$? Justifier.

(c) Démontrer que résoudre l'équation $-2x^2 + 7x + 9 = 12$ équivaut à résoudre l'équation $-2x^2 + 7x - 3 = 0$.

(d) On admet que $-2x^2 + 7x - 3 = (x - 3)(-2x + 1)$. En déduire les deux solutions de l'équation $-2x^2 + 7x + 9 = 12$.

Exercice 3. Fonctions affines

(7 points)

Une association propose diverses activités pour occuper les enfants pendant les vacances scolaires.

Plusieurs tarifs sont proposés :

- Tarif A : 10 € par demi-journée ;
- Tarif B : une adhésion de 20 € donnant droit à un tarif préférentiel de 8 € par demi-journée

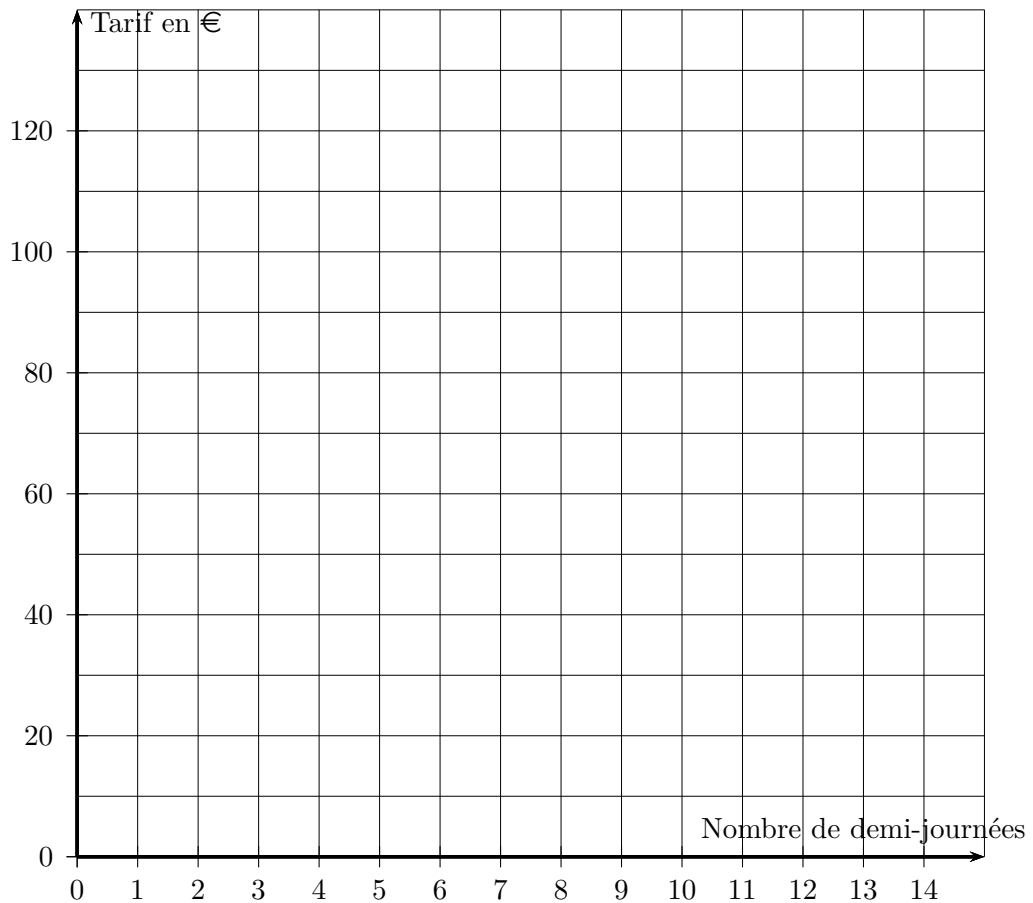
1. Compléter ce tableau ci-dessous :

Nombre de demi-journées	1	2	3	4	5
Tarif A	10	20			
Tarif B	28	36			

2. Justifier que les fonctions f et g qui donnent les tarifs à payer en fonction du nombre x de demi-journées d'activités ont les expressions suivantes :

- Tarif A : $f(x) = 10x$
- Tarif B : $g(x) = 20 + 8x$

3. Sur le graphique ci-dessous, représenter les fonctions f et g . On notera \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g les représentations graphiques respectives des fonctions f et g .



4. (a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $10x = 20 + 8x$.

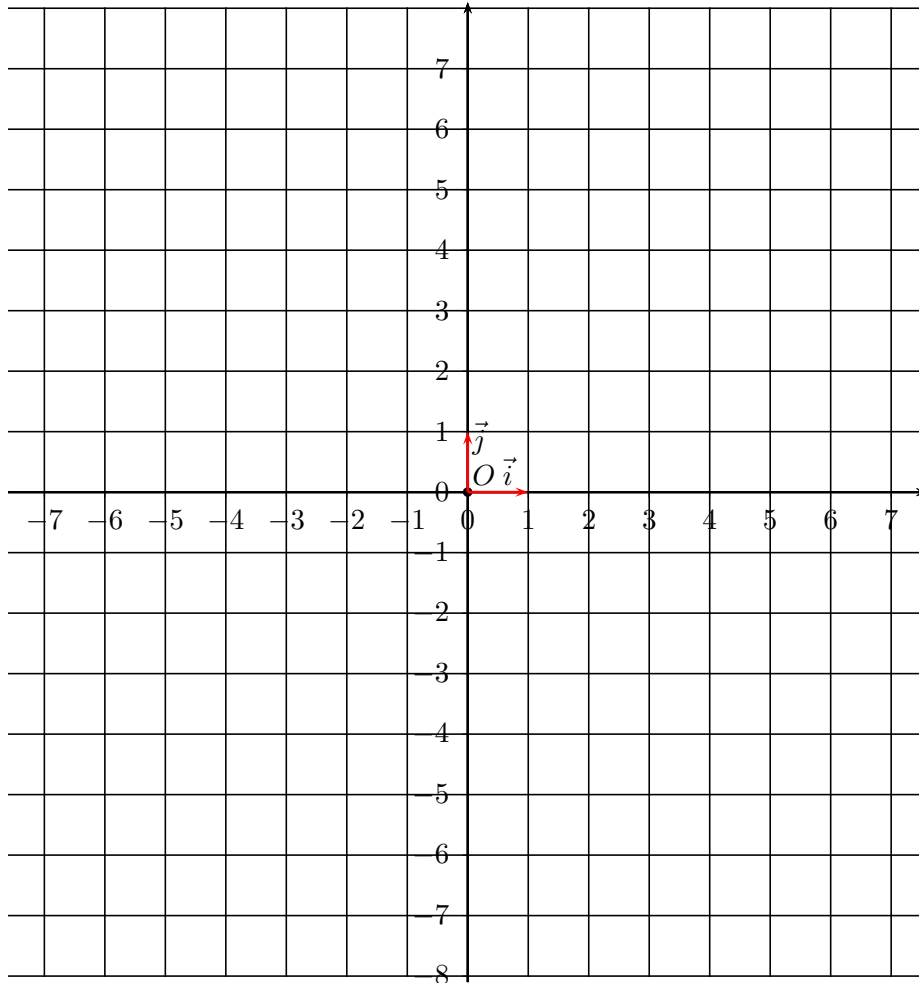
(b) En déduire le nombre de demi-journées d'activités pour lequel le tarif A est égal au tarif B.

5. On dispose d'un budget de 120 €. Lequel des deux tarifs est-il préférable de choisir pour faire un maximum d'activités ?

Justifier précisément votre réponse

Exercice 4. Vecteurs

(10 points)

Soit $(O; \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé.

- Placer les points $A(-1; 4)$; $B(-1; 1)$; $C(5; 4)$; $D(-1; -8)$ et $T(1; 2)$ dans le repère ci-dessus. La figure sera complétée au fur et à mesure.
- (a) Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{BC} et \overrightarrow{BT} .
 (b) Calculer le déterminant des vecteurs \overrightarrow{BC} et \overrightarrow{BT} .
 (c) Que peut-on en conclure pour les vecteurs \overrightarrow{BC} et \overrightarrow{BT} ? Que peut-on en conclure pour les points B ; C et T ?
 (d) Compléter, à l'aide d'un nombre réel, l'égalité suivante :

$$\overrightarrow{BC} = \dots\dots\overrightarrow{BT}.$$

- (a) Vérifier, par le calcul, que le point S milieu du segment $[AC]$ a pour coordonnées $(2; 4)$.
Placer S dans le repère ci-dessus.
 (b) Démontrer, à l'aide de la colinéarité de deux vecteurs, que les droites (ST) et (CD) sont parallèles.
- On note M le point tel que $AMCB$ soit un parallélogramme.
 - Placer M dans le repère ci-dessus.
 - Compléter l'affirmation suivante : « $AMCB$ est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AM} = \dots\dots$ ».
 - Déterminer, par le calcul, les coordonnées du point M .

Exercice 5. Statistiques*(9 points)*

Un professeur de Mathématiques étudie les résultats d'un contrôle (noté sur 10) dans trois de ses classes : la classe A, la classe B et la classe C.

Partie 1. Étude des résultats de la classe A

Dans cette partie, on s'intéresse aux résultats des 31 élèves de la classe A regroupés dans le tableau ci-dessous.

Notes	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Effectifs	1	2	3	2	4	4	6	5	4
Effectifs cumulés croissants									

- Calculer la moyenne des résultats des élèves de la classe A. On présentera le calcul effectué.
- Déterminer, à l'aide de la calculatrice, l'écart-type des résultats des élèves de la classe A. On arrondira le résultat à 0,01 près.
- Déterminer la médiane des résultats des élèves de la classe A. Détailler votre démarche.
- Déterminer les quartiles Q_1 et Q_3 des résultats des élèves de la classe A. Détailler votre démarche.
- Calculer l'écart interquartile des résultats des élèves de la classe A.

Partie 2. Comparaison des résultats des classes B et C

Dans cette partie, on s'intéresse aux résultats des élèves de la classe B et de la classe C. On souhaite les comparer. Le professeur a déjà calculé certains indicateurs statistiques pour chaque classe. Ils sont donnés dans le tableau ci-dessous :

	Moyenne	Écart-type	Médiane	Q1	Q3	Q3 - Q1
Classe B	4,9	2,49	5	3	7	4
Classe C	4,6	1,69	5	3	6	3

- Entre les classes B et C, quelle classe vous semble avoir obtenu les meilleurs résultats ? Vous indiquerez quel(s) indicateur(s) vous comparez pour justifier votre réponse.
- Dans quelle classe les résultats vous semblent les plus homogènes (les moins dispersés) ? Vous indiquerez quel(s) indicateur(s) vous comparez pour justifier votre réponse.

Partie 3. Modifications des résultats des classes B et C

Insatisfait par les résultats des classes B et C, le professeur décide de modifier les notes des élèves.

- Pour les élèves de la classe B, le professeur décide d'augmenter toutes les notes de 11%.
 - Compléter la phrase suivante :
« Augmenter de 11% revient à multiplier par : »
 - Quelle sera la nouvelle valeur de la moyenne ? Justifier.
- Pour les élèves de la classe C, il décide d'augmenter toutes les notes de 1,5 points. Quelle sera la nouvelle valeur de la moyenne ? Justifier.