Correction du 1er devoir commun de seconde (sujet A) – 24 janvier 2023

Exercice 1

1) L'image de $-\dfrac{4}{3}$ par la fonction carré est égale à $\left(-\dfrac{4}{3}\right)^2 = \dfrac{16}{9}$.

2) L'image de -2 par la fonction cube est égale à $(-2)^3 = -8$.

3) a) Puisque $3,4 > \dfrac{2}{5}$, on a $(3,4)^3 > \left(\dfrac{2}{5}\right)^3$ car la fonction cube est croissante sur $\mathbb{R}$.

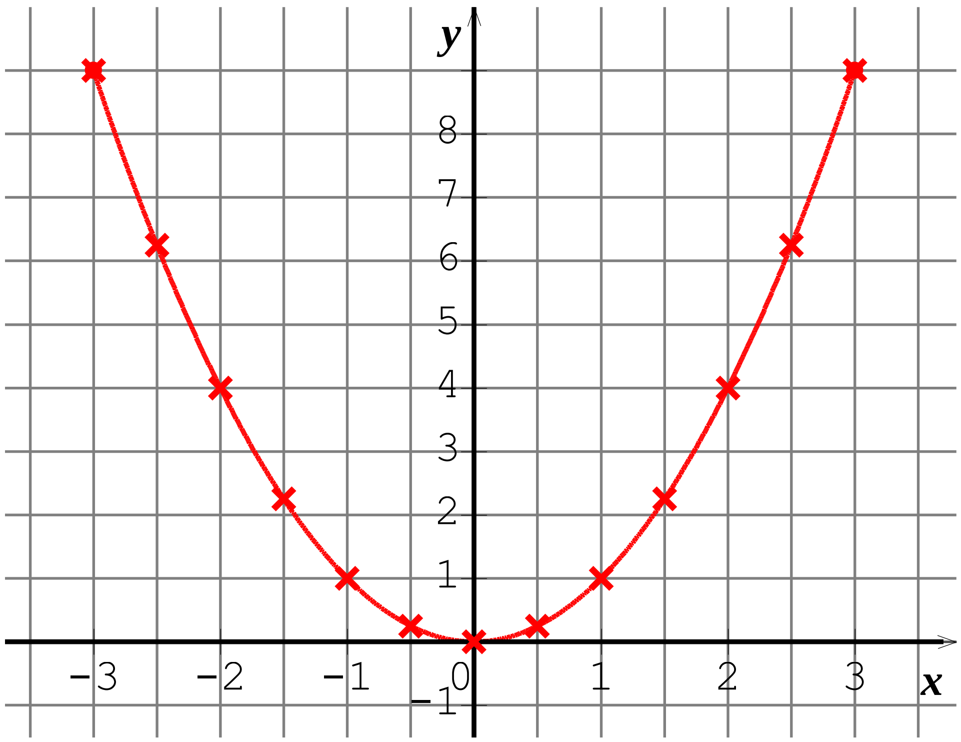
   b) Puisque $-0,115 > -\dfrac{3}{5}$, on a $(-0,115)^2 < \left(-\dfrac{3}{5}\right)^2$ car la fonction carré est décroissante sur $]-\infty;0]$.

4) Dans un repère orthogonal $(O;\vec{i},\vec{j})$, la courbe représentative de la fonction cube est symétrique par rapport à l'origine O du repère, on dit que la fonction cube est impaire.

5) Tableau de valeurs.

x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
x^2	9	6,25	4	2,25	1	0,25	0	0,25	1	2,25	4	6,25	9

6) Courbe représentative de la fonction carré sur $[-3;3]$.



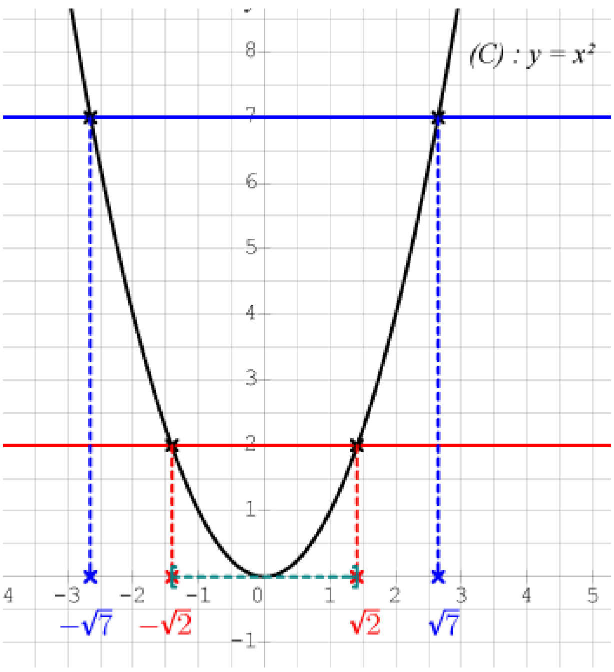
7) a) Equation $x^2 = 7$. $S = \{-\sqrt{7};\sqrt{7}\}$. (Voir graphique n°1)

   b) Equation $x^2 = -3$ Pas de solution car un carré est toujours positif ou nul.

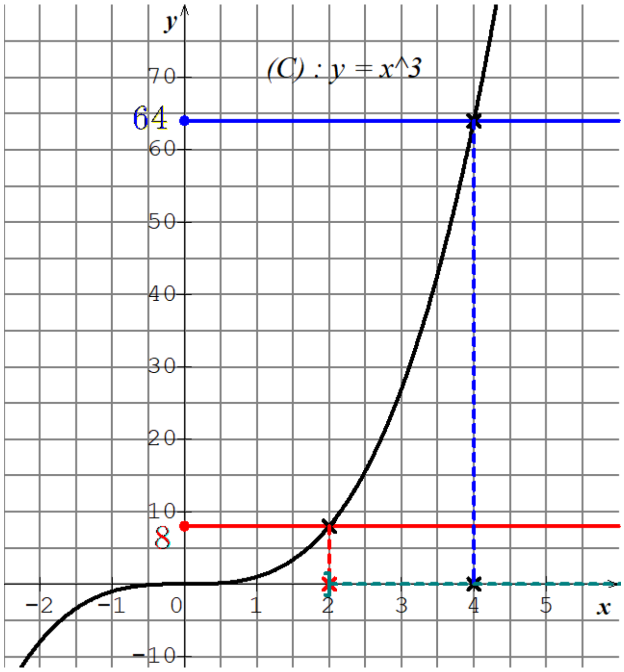
   c) Equation $x^3 = 64$ $S = \{4\}$. (Voir graphique n°2)

   d) Equation $x^2 \leq 2$ $S = [-\sqrt{2};\sqrt{2}]$. (Voir graphique n°1)

   e) Inéquation $x^3 > 8$ $S =]2;+\infty[$. (Voir graphique n°2)



Graphique n°1



Graphique n°2

Exercice 2

1) $A=3x(x+2)-(2x+1)=3x^2+6x-2x-1=3x^2+4x-1$.

2) $f(2)=(2\times2+1)(2\times2-4)+3(2+1)=5\times0+3\times3=0+9=9$.

3) On développe : $(2x+3)(5x-4)-5(3x-2)=10x^2-8x+15x-12-15x+10=10x^2-8x-2$.

   On en déduit que l'égalité $(2x+3)(5x-4)-5(3x-2)=10x^2-8x-2$ est vraie pour tout $x\in\mathbb{R}$.

4) a) $(x+3)^2=x^2+2\times x\times3+3^2=x^2+6x+9$.

   b) $(2x-1)^2=(2x)^2-2\times2x\times1+1^2=4x^2-4x+1$.

   c) $(3x-2)(3x+2)=(3x)^2-2^2=9x^2-4$.

5) a) $x^2-6x+9=x^2-2\times x\times3+3^2=(x-3)^2$.

   b) $25x^2-36=(5x)^2-6^2=(5x-6)(5x+6)$.

   c) $9x^2+24x+16=(3x)^2+2\times3x\times4+4^2=(3x+4)^2$.

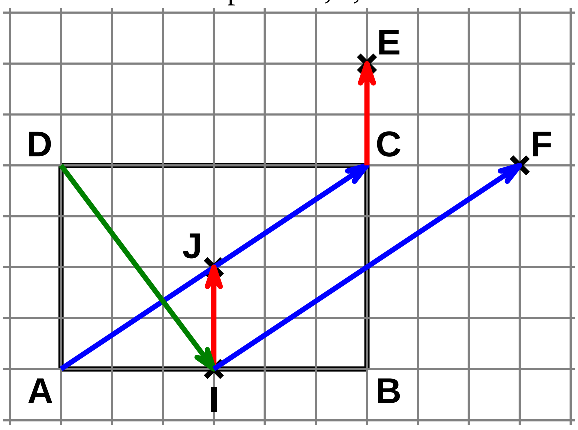
6) $E=4\sqrt{2}-\sqrt{98}+3\sqrt{18}=4\sqrt{2}-\sqrt{49\times2}+3\sqrt{9\times2}=4\sqrt{2}-7\sqrt{2}+3\times3\sqrt{2}=4\sqrt{2}-7\sqrt{2}+9\sqrt{2}=6\sqrt{2}$.

Exercice 3

1) a) $\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{DC}$.

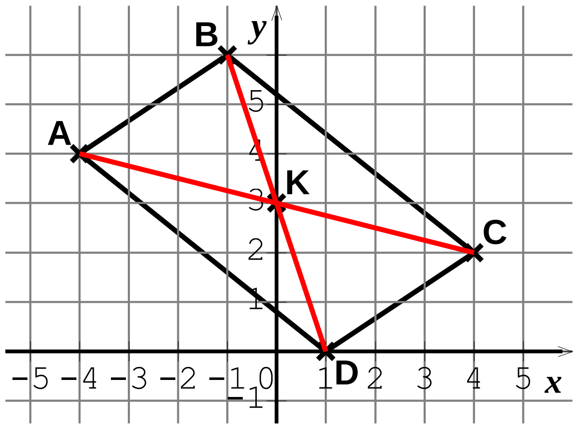
   b) $\vec{v}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MA}=2\overrightarrow{MA}$.

2) Construction des points I, J, E et F.



Exercice 4

1) Construction des points $A(-4;4)$, $B(-1;6)$ et $C(4;2)$.



2) $x_K = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{-4+4}{2} = 0$ et $y_K = \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{4+2}{2} = 3$. Le milieu de $[AC]$ est le point $K(0;3)$.

3) On calcule les coordonnées du point D tel que K soit le milieu de $[BD]$.

On a alors $x_K = \dfrac{x_B + x_D}{2} \Leftrightarrow x_D = 2x_K - x_B = 2\times 0 - (-1) = 1$ et $y_K = \dfrac{y_B + y_D}{2} \Leftrightarrow y_D = 2y_K - y_B = 2\times 3 - 6 = 0$.

Le symétrique de B par rapport à K et le point $D(1;0)$.

4) Puisque K est le milieu de $[AC]$ et de $[BD]$, les diagonales du quadrilatère ABCD se coupent leur milieu K.

On en déduit que ABCD est un parallélogramme.

5) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}; \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -1-(-4) \\ 6-4 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

6) $AB = \left\|\overrightarrow{AB}\right\| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$.

7) $BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(4-(-1))^2 + (2-6)^2} = \sqrt{5^2 + (-4)^2} = \sqrt{25+16} = \sqrt{41}$.

Puisque $AB \neq BC$, on en déduit que ABCD n'est pas un losange.

Exercice 5

1) Tableaux.

	x	a	b	y
Donner la valeur de x	7			
a prend la valeur $x-4$	7	3		
b prend la valeur $x+4$	7	3	11	
y prend la valeur $a\times b$	7	3	11	33
y prend la valeur $y+16$	7	3	11	49
Affichage : $y=49$				

	x	a	b	y
Donner la valeur de x	-3			
a prend la valeur $x-4$	-3	-7		
b prend la valeur $x+4$	-3	-7	1	
y prend la valeur $a\times b$	-3	-7	1	-7
y prend la valeur $y+16$	-3	-7	1	9
Affichage : $y=9$				

a) En choisissant $x=7$, le résultat affiché est $y=49$.

b) En choisissant $x=-3$, le résultat affiché est $y=9$.

2) a) Le résultat obtenu est $y = a\times b + 16 = (x-4)(x+4)+16$.

b) $(x-4)(x+4) = x^2 - 4^2 = x^2 - 16$.

c) $y = (x-4)(x+4) + 16 = x^2 - 16 + 16 = x^2$.

Le résultat obtenu est bien le carré du nombre de départ. Donc l'affirmation de Sarah est vraie.

Exercice 6

1) $\frac{144}{320}=0,45=45\%$ des élèves de première générale ont pris l'option Mathématiques.

2) $79\%\times 59200=0,79\times 59200=46768$ personnes sont présentes dans le stade.

3) $40\%\times 6\%=0,4\times 0,06=0,024=2,4\%$ des pompiers de cette ville sont de femmes de moins de 20 ans.

4) On note $V_1=22750$ et $V_2=56875$.

   a) Le taux d'évolution est $t=\frac{V_2-V_1}{V_1}=\frac{56875-22750}{22750}=\frac{34125}{22750}=1,5=150\%$.

   Entre 2021 et 2022, le nombre de clients a augmenté de 150%.

   b) Le coefficient multiplicateur est $c=1+t=1+1,5=2,5$.

   Ou $c=\frac{V_2}{V_1}=\frac{56875}{22750}=2,5$.

   Entre 2021 et 2022, le nombre de clients a été multiplié par 2,5.

5) On note $V_1=1000$ habitants en 2015 ; V_2 et V_3 les nombres d'habitants respectivement en 2016, et 2017.

   a) Le coefficient multiplicateur correspondant à une augmentation de 20% est $c_1=1+t_1=1+\frac{20}{100}=1,2$.

   Le coefficient multiplicateur correspondant à une diminution de 15% est $c_2=1+t_2=1-\frac{15}{100}=0,85$.

   Le coefficient multiplicateur global est $C_{global}=c_1\times c_2=1,2\times 0,85=1,02$.

   Le taux d'évolution global est $T_{global}=C_{global}-1=1,02-1=0,02=2\%$.

   Entre 2015 et 2017, la population du village a augmenté de 2%.

   b) $V_3=C_{global}\times V_1=1,02\times 1000=1020$ habitants en 2017.

6) On calcule le taux d'évolution réciproque du taux d'évolution 9%.

   Le coefficient multiplicateur correspondant à une augmentation de 9% est $c=1+t=1+\frac{9}{100}=1,09$.

   Le coefficient multiplicateur réciproque est $C_{réciproque}=\frac{1}{c}=\frac{1}{1,09}$.

   Le taux d'évolution réciproque est $T_{réciproque}=C_{réciproque}-1=\frac{1}{1,09}-1\approx -0,083=-8,3\%$.

   Pour retrouver le prix de départ de la baguette, il faut diminuer le nouveau prix d'environ 8,3%.