Correction du 1er devoir commun de seconde (sujet B) – 24 janvier 2023

Exercice 1

1) L'image de $-\dfrac{2}{3}$ par la fonction carré est égale à $\left(-\dfrac{2}{3}\right)^2 = \dfrac{4}{9}$.

2) L'image de -3 par la fonction cube est égale à $(-3)^3 = -27$.

3) a) Puisque $\dfrac{3}{5} < 3,6$, on a $\left(\dfrac{3}{5}\right)^3 < (3,6)^3$ car la fonction cube est croissante sur $\mathbb{R}$.

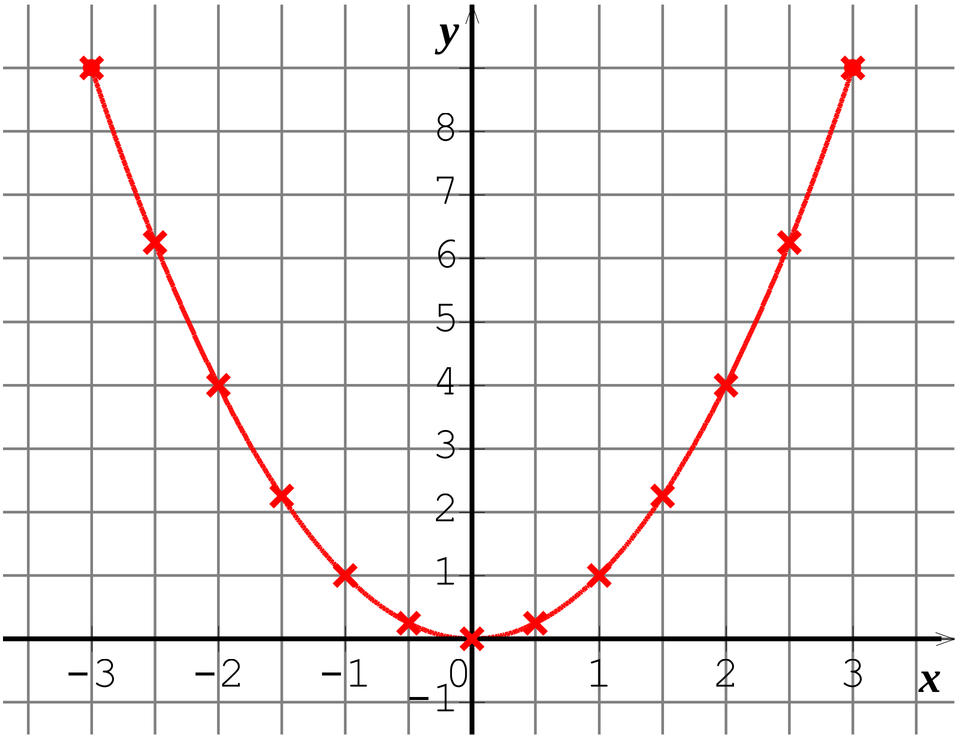
b) Puisque $-\dfrac{5}{4} > -1,38$, on a $\left(-\dfrac{5}{4}\right)^2 < (-1,38)^2$ car la fonction carré est décroissante sur $]-\infty;0]$.

4) Dans un repère orthogonal $(O;\vec{i},\vec{j})$, la courbe représentative de la fonction cube est symétrique par rapport à l'origine O du repère, on dit que la fonction cube est impaire.

5) Tableau de valeurs.

x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
x^2	9	6,25	4	2,25	1	0,25	0	0,25	1	2,25	4	6,25	9

6) Courbe représentative de la fonction carré sur $[-3;3]$.



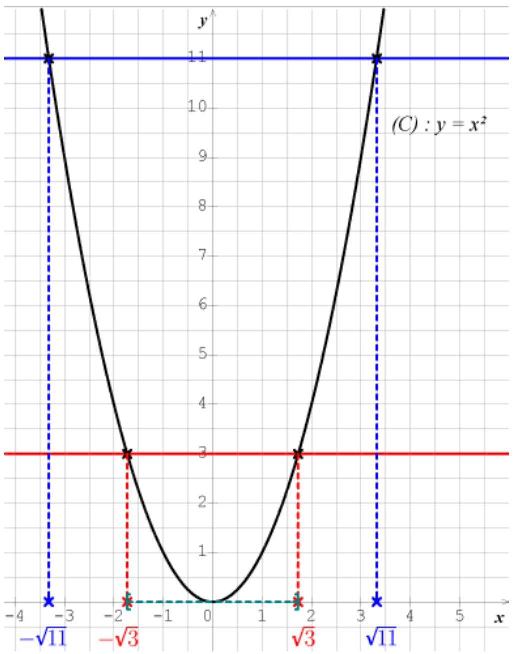
7) a) Equation $x^2 = 11$. $S = \{-\sqrt{11};\sqrt{11}\}$. (Voir graphique n°1)

b) Equation $x^2 = -5$ Pas de solution car un carré est toujours positif ou nul.

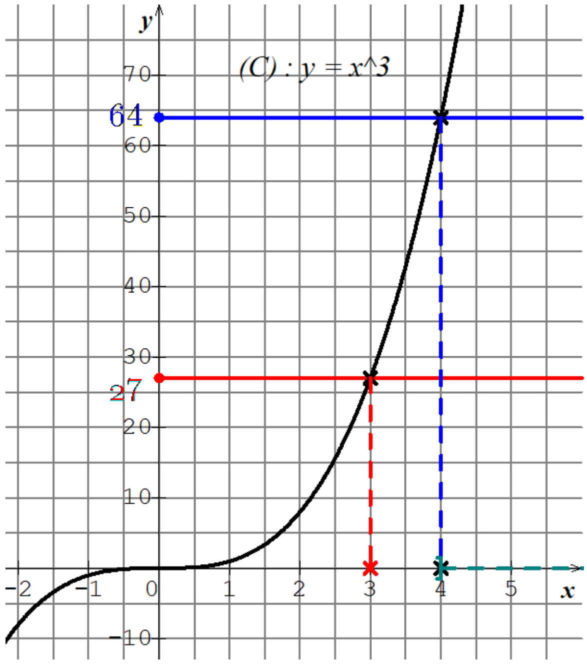
c) Equation $x^3 = 27$ $S = \{3\}$. (Voir graphique n°2)

d) Equation $x^2 \leq 3$ $S = [-\sqrt{3};\sqrt{3}]$. (Voir graphique n°1)

e) Inéquation $x^3 > 64$ $S =]4;+\infty[$. (Voir graphique n°2)



Graphique n°1



Graphique n°2

Exercice 2

1) $A = 2x(x+3)-(4x+2) = 2x^2+6x-4x-2 = 2x^2+2x-2$.

2) $f(4) = (3\times4+1)(2\times4-8)+4(4+2) = 13\times0+4\times6 = 0+24 = 24$.

3) On développe : $(3x+2)(6x-3)-4(2x-5) = 18x^2-9x+12x-6-8x+20 = 18x^2-5x+14$.

On en déduit que l'égalité $(3x+2)(6x-3)-4(2x-5) = 18x^2-5x+14$ est vraie pour tout $x \in \mathbb{R}$.

4) a) $(x+5)^2 = x^2+2\times x\times5+5^2 = x^2+10x+25$.

b) $(3x-1)^2 = (3x)^2-2\times3x\times1+1^2 = 9x^2-6x+1$.

c) $(4x-3)(4x+3) = (4x)^2-3^2 = 16x^2-9$.

5) a) $x^2-10x+25 = x^2-2\times x\times5+5^2 = (x-5)^2$.

b) $36x^2-25 = (6x)^2-5^2 = (6x-5)(6x+5)$.

c) $16x^2+24x+9 = (4x)^2+2\times4x\times3+3^2 = (4x+3)^2$.

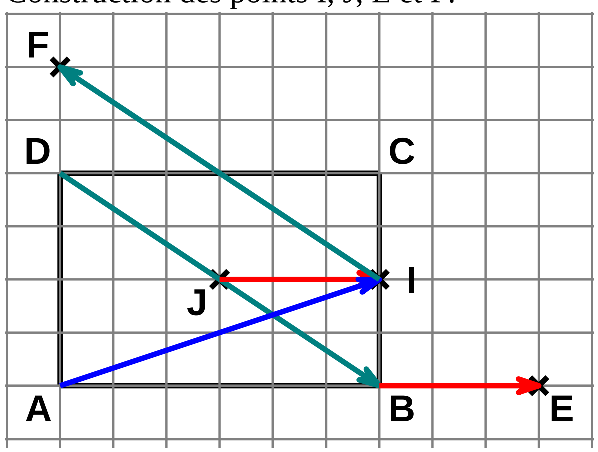
6) $E = 2\sqrt{3}-\sqrt{48}+4\sqrt{12} = 2\sqrt{3}-\sqrt{16\times3}+4\sqrt{4\times3} = 2\sqrt{3}-4\sqrt{3}+4\times2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}-4\sqrt{3}+8\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$.

Exercice 3

1) a) $\vec{u} = \overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$.

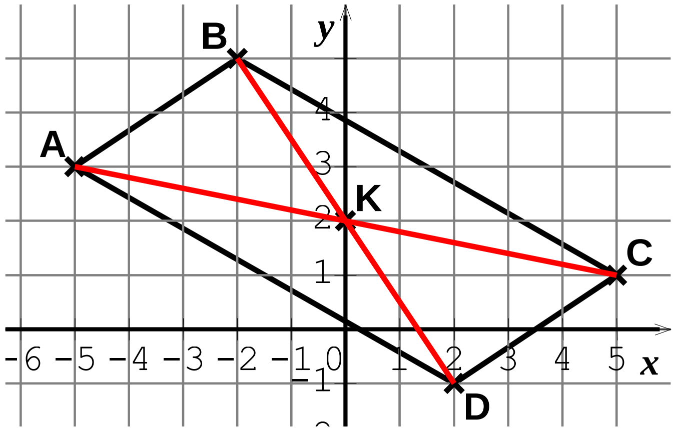
b) $\vec{v} = \overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}-\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PB} = 2\overrightarrow{PB}$.

2) Construction des points I, J, E et F.



Exercice 4

1) Construction des points $A(-5;3)$, $B(-2;5)$ et $C(5;1)$.



2) $x_K = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{-5+5}{2} = 0$ et $y_K = \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{3+1}{2} = 2$. Le milieu de $[AC]$ est le point $K(0;2)$.

3) On calcule les coordonnées du point D tel que K soit le milieu de $[BD]$.

On a alors $x_K = \dfrac{x_B + x_D}{2} \Leftrightarrow x_D = 2x_K - x_B = 2\times 0 - (-2) = 2$ et $y_K = \dfrac{y_B + y_D}{2} \Leftrightarrow y_D = 2y_K - y_B = 2\times 2 - 5 = -1$.

Le symétrique de B par rapport à K et le point $D(2;-1)$.

4) Puisque K est le milieu de $[AC]$ et de $[BD]$, les diagonales du quadrilatère ABCD se coupent leur milieu K.

On en déduit que ABCD est un parallélogramme.

5) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}; \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -2-(-5) \\ 5-3 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

6) $AB = \left\|\overrightarrow{AB}\right\| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$.

7) $BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(5-(-2))^2 + (1-5)^2} = \sqrt{7^2 + (-4)^2} = \sqrt{49+16} = \sqrt{65}$.

Puisque $AB \neq BC$, on en déduit que ABCD n'est pas un losange.

Exercice 5

1) Tableaux.

	x	a	b	y
Donner la valeur de x	6			
a prend la valeur $x-3$	6	3		
b prend la valeur $x+3$	6	3	9	
y prend la valeur $a\times b$	6	3	9	27
y prend la valeur $y+9$	6	3	9	36
Affichage : $y = 36$				

	x	a	b	y
Donner la valeur de x	-2			
a prend la valeur $x-3$	-2	-5		
b prend la valeur $x+3$	-2	-5	1	
y prend la valeur $a\times b$	-2	-5	1	-5
y prend la valeur $y+9$	-2	-5	1	4
Affichage : $y = 4$				

a) En choisissant $x = 6$, le résultat affiché est $y = 36$.

b) En choisissant $x = -2$, le résultat affiché est $y = 4$.

2) a) Le résultat obtenu est $y = a\times b + 16 = (x-3)(x+3)+9$.

b) $(x-3)(x+3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$.

c) $y = (x-3)(x+3)+9 = x^2 - 9 + 9 = x^2$.

Le résultat obtenu est bien le carré du nombre de départ. Donc l'affirmation de Sarah est vraie.

Exercice 6

1) $\dfrac{187}{340}=0,55=55\%$ des élèves de première générale ont pris l'option Mathématiques.

2) $67\%\times 58400=0,67\times 58400=39128$ personnes sont présentes dans le stade.

3) $35\%\times 10\%=0,35\times 0,1=0,035=3,5\%$ des pompiers de cette ville sont de femmes de moins de 20 ans.

4) On note $V_1=23875$ et $V_2=57300$.

   a) Le taux d'évolution est $t=\dfrac{V_2-V_1}{V_1}=\dfrac{57300-23875}{23875}=\dfrac{33425}{23875}=1,4=140\%$.

   Entre 2021 et 2022, le nombre de clients a augmenté de 140%.

   b) Le coefficient multiplicateur est $c=1+t=1+1,4=2,4$.

   Ou $c=\dfrac{V_2}{V_1}=\dfrac{57300}{23875}=2,4$.

   Entre 2021 et 2022, le nombre de clients a été multiplié par 2,4.

5) On note $V_1=800$ habitants en 2015 ; V_2 et V_3 les nombres d'habitants respectivement en 2016, et 2017.

   a) Le coefficient multiplicateur correspondant à une augmentation de 10% est $c_1=1+t_1=1+\dfrac{10}{100}=1,1$.

   Le coefficient multiplicateur correspondant à une diminution de 5% est $c_2=1+t_2=1-\dfrac{5}{100}=0,95$.

   Le coefficient multiplicateur global est $C_{global}=c_1\times c_2=1,1\times 0,95=1,045$.

   Le taux d'évolution global est $T_{global}=C_{global}-1=1,045-1=0,045=4,5\%$.

   Entre 2015 et 2017, la population du village a augmenté de 4,5%.

   b) $V_3=C_{global}\times V_1=1,045\times 800=836$ habitants en 2017.

6) On calcule le taux d'évolution réciproque du taux d'évolution 8%.

   Le coefficient multiplicateur correspondant à une augmentation de 8% est $c=1+t=1+\dfrac{8}{100}=1,08$.

   Le coefficient multiplicateur réciproque est $C_{réciproque}=\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{1,08}$.

   Le taux d'évolution réciproque est $T_{réciproque}=C_{réciproque}-1=\dfrac{1}{1,08}-1\approx -0,074=-7,4\%$.

   Pour retrouver le prix de départ de la baguette, il faut diminuer le nouveau prix d'environ 7,4%.