Correction du 2ème devoir commun de seconde (sujet A) – 6 mai 2022

Exercice 1

1) Soit $A = 2^2 \times 3 \times 5$ et $B = 450$.
   a) $B = 2 \times 3^2 \times 5^2$
   b) $\dfrac{A}{B} = \dfrac{2^2 \times 3 \times 5}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \dfrac{2}{3 \times 5} = \dfrac{2}{15}$

2) a) Liste des diviseurs positifs de 188 : 1 ; 2 ; 4 ; 47 ; 94 ; 188
   Liste des diviseurs positifs de 235 : 1 ; 5 ; 47 ; 235
   b) Le PGCD de 188 et 235 est égal à 47.
   On en déduit que le fleuriste peut composer au maximum 47 bouquets.
   c) Chaque bouquet est alors composé de $\dfrac{188}{47} = 4$ tulipes et $\dfrac{235}{47} = 5$ roses.

Exercice 2

Soit *f* la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (-2x+5)(x+1) + 4(x+1)$.

1) a) $f(x) = (-2x+5)(x+1) + 4(x+1) = (x+1)(-2x+5+4) = (x+1)(-2x+9)$.
   b) On résout l'équation $f(x) = 0$.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -2x+9 = 0 \text{ ou } x+1 = 0$$
$$\Leftrightarrow -2x = -9 \text{ ou } x = -1$$
$$\Leftrightarrow x = 4,5 \text{ ou } x = -1$$

x	$-\infty$		-1		4,5		$+\infty$
$-2x+9$		+		+	0	$-$	
$x+1$		$-$	0	+		+	
$f(x)$		$-$	0	+	0	$-$	

   c) L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > 0$ est $S =]-1;4,5[$.

2) a) $f(x) = (-2x+5)(x+1) + 4(x+1) = -2x^2 - 2x + 5x + 5 + 4x + 4 = -2x^2 + 7x + 9$.
   b) $f(3) = -2 \times 3^2 + 7 \times 3 + 9 = -18 + 21 + 9 = 12$.
   On en déduit que 3 est solution de l'équation $-2x^2 + 7x + 9 = 12$.
   c) $-2x^2 + 7x + 9 = 12 \Leftrightarrow -2x^2 + 7x + 9 - 12 = 0 \Leftrightarrow -2x^2 + 7x - 3 = 0$.
   d) On admet que $-2x^2 + 7x - 3 = (x-3)(-2x+1)$.

$$-2x^2 + 7x + 9 = 12 \Leftrightarrow -2x^2 + 7x - 3 = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-3)(-2x+1) = 0$$
$$\Leftrightarrow x-3 = 0 \text{ ou } -2x+1 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ ou } x = 0,5$$

   On en déduit que l'ensemble des solutions de l'équation $-2x^2 + 7x + 9 = 12$ est $S = \{3;0,5\}$.

Exercice 3

1) Tableau de valeurs

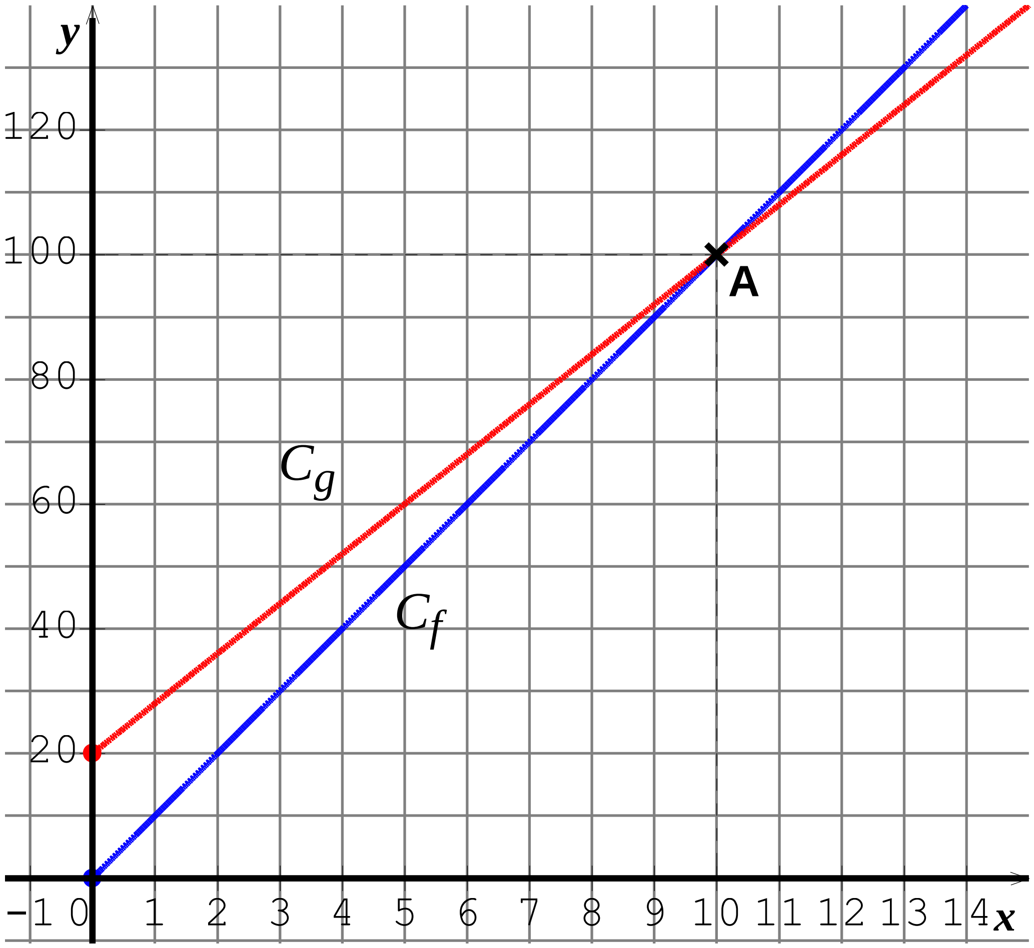
Nombre de demi-journées	1	2	3	4	5
Tarif A	10	20	30	40	50
Tarif B	28	36	44	52	60

2) Tarif A : $f(x)=10x$ car chaque demi-journée coûte 10 €.

Tarif B : $g(x)=20+8x$ car chaque demi-journée coûte 8 € auxquels on ajoute 20 € d'adhésion.

3) Graphique

Puisque f et g sont des fonctions affines, C_f et C_g sont des droites.



4) a) On résout l'équation $10x=20+8x$.

Par lecture graphique, on obtient $x=10$ car C_f et C_g se coupent au point A d'abscisse $x=10$.

Ou par le calcul, $10x=20+8x \Leftrightarrow 2x=20 \Leftrightarrow x=10$.

L'ensemble des solutions de l'équation $10x=20+8x$ est $S=\{10\}$.

b) Les deux tarifs sont égaux lorsque $f(x)=g(x)$, c'est-à-dire lorsque $10x=20+8x$.

On en déduit que les deux tarifs sont égaux pour $x=10$ demi-journées d'activités.

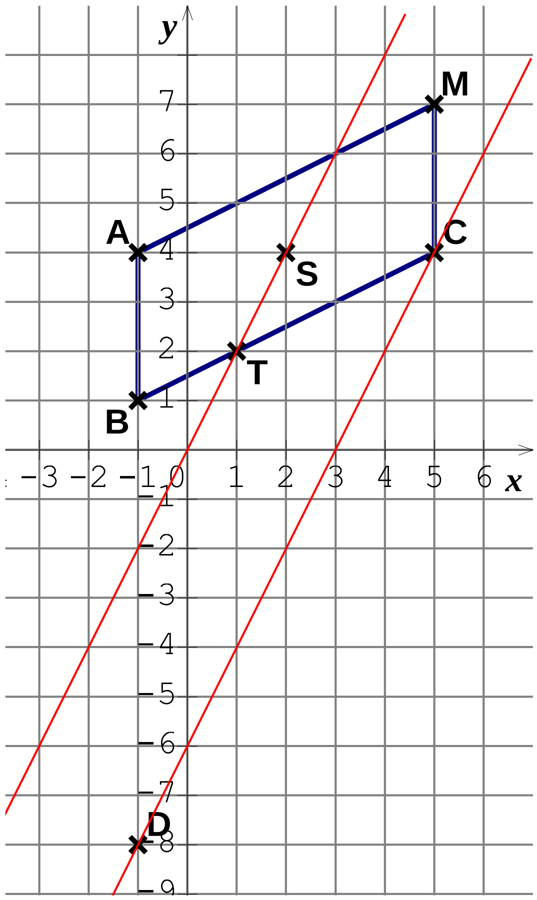
5) $f(x)=120 \Leftrightarrow 10x=120 \Leftrightarrow x=12$

$g(x)=120 \Leftrightarrow 20+8x=120 \Leftrightarrow 8x=100 \Leftrightarrow x=12,5$

On peut alors faire 12 demi-journées d'activités avec le tarif A, et 12,5 avec le tarif B.
Pour un budget de 120 €, le tarif B est alors plus intéressant car $12,5>12$.

__**Exercice 4**__

1) $A(-1;4)$, $B(-1;1)$, $C(5;4)$, $D(-1;-8)$ et $T(1;2)$.



2) a) $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}5-(-1)\\4-1\end{pmatrix};\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}6\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BT}\begin{pmatrix}1-(-1)\\2-1\end{pmatrix};\overrightarrow{BT}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$.

b) $\det\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BT}\right)=6\times1-2\times3=6-6=0$.

c) On en déduit que $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BT}$ sont colinéaires. On en conclut que B, C et T sont alignés.

d) $\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{BT}$.

3) a) Soit S le milieu de [AC].

$x_S=\dfrac{-1+5}{2}=\dfrac{4}{2}=2$ et $y_S=\dfrac{4+4}{2}=\dfrac{8}{2}=4$. On obtient $S(2;4)$.

b) $\overrightarrow{ST}\begin{pmatrix}1-2\\2-4\end{pmatrix};\overrightarrow{ST}\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-1-5\\-8-4\end{pmatrix};\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-6\\-12\end{pmatrix}$.

$\det\left(\overrightarrow{ST},\overrightarrow{CD}\right)=-1\times(-12)-(-6)\times(-2)=12-12=0$.

On en déduit que $\overrightarrow{ST}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires. On en conclut que (ST) et (CD) sont parallèles.

4) On note M le point tel que AMCB soit un parallélogramme.

a) Construction de M.

b) AMCB est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{BC}$.

c) On a $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x_M+1\\y_M-4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}6\\3\end{pmatrix}$.

Deux vecteurs sont égaux si et seulement si leurs coordonnées sont égales.

$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{BC}\Leftrightarrow x_M+1=6$ et $y_M-4=3$

$\Leftrightarrow x_M=5$ et $y_M=7$

On obtient $M(5;7)$.

Exercice 5

Partie 1 : étude des résultats de la classe A

Notes	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Effectifs	1	2	3	2	4	4	6	5	4
Effectifs cumulés croissants	1	3	6	8	12	16	22	27	31

1) Moyenne : $\bar{x} = \dfrac{1\times1+2\times2+3\times3+2\times4+4\times5+4\times6+6\times7+5\times8+4\times9}{31} = \dfrac{184}{31} \approx 5,94$.

2) Ecart-type à l'aide de la calculatrice : $\sigma \approx 2,26$.

Par un calcul : $\sigma = \sqrt{\dfrac{1\left(1-\bar{x}\right)^2+2\left(2-\bar{x}\right)^2+3\left(3-\bar{x}\right)^2+2\left(4-\bar{x}\right)^2+.....+4\left(9-\bar{x}\right)^2}{31}} \approx 2,26$.

3) L'effectif total est $N = 31$.

Puisque *N* est impair, la médiane est la valeur de rang $\dfrac{N+1}{2} = \dfrac{32}{2} = 16$.

D'après les effectifs cumulés croissants, la médiane est $Med = 6$.

4) $\dfrac{N}{4} = \dfrac{31}{4} = 7,75$. Donc Q_1 est la 8$^{\text{ème}}$ valeur de la série. On obtient $Q_1 = 4$.

$\dfrac{3N}{4} = 3\times7,75 = 23,25$. Donc Q_3 est la 24$^{\text{ème}}$ valeur de la série. On obtient $Q_3 = 8$.

5) L'écart interquartile est $Q_3 - Q_1 = 8 - 4 = 4$.

Partie 2 : comparaison des résultats des classes B et C

1) La moyenne de la classe B est supérieure à celle de la classe C.
On en déduit que la classe B semble avoir obtenu les meilleurs résultats.

2) L'écart-type de la classe C est inférieur à celui de la classe B.
De même, l'écart interquartile de la classe C est inférieur à celui de la classe B.
On en déduit que la classe C semble avoir obtenu des résultats plus homogènes.

Partie 3 : modifications des résultats des classes B et C

1) a) Augmenter de 11% revient à multiplier par 1,11.
b) D'après la linéarité de la moyenne, la moyenne de la classe B est alors multipliée par 1,11.
La nouvelle moyenne est égale à $4,9\times1,11 = 5,439$.

2) D'après la linéarité de la moyenne, la moyenne de la classe C augmente de 1,5.
La nouvelle moyenne est égale à $4,6+1,5 = 6,1$.