Correction du 2ème devoir commun de seconde (sujet B) – 6 mai 2022

Exercice 1

1) Soit $A = 2^3 \times 3 \times 7$ et $B = 360$.
   a) $B = 2^3 \times 3^2 \times 5$
   b) $\dfrac{A}{B} = \dfrac{2^3 \times 3 \times 7}{2^3 \times 3^2 \times 5} = \dfrac{7}{3 \times 5} = \dfrac{7}{15}$

2) a) Liste des diviseurs positifs de 212 : 1 ; 2 ; 4 ; 53 ; 106 ; 212
   Liste des diviseurs positifs de 265 : 1 ; 5 ; 53 ; 265
   b) Le PGCD de 212 et 265 est égal à 53.
   On en déduit que le fleuriste peut composer au maximum 53 bouquets.
   c) Chaque bouquet est alors composé de $\dfrac{212}{53} = 4$ tulipes et $\dfrac{265}{53} = 5$ roses.

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x-1)(-x+1) - 3(-x+1)$.

1) a) $f(x) = (2x-1)(-x+1) - 3(-x+1) = (-x+1)(2x-1-3) = (-x+1)(2x-4)$.
   b) On résout l'équation $f(x) = 0$.
   $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x-4 = 0$ ou $-x+1 = 0$
   $\Leftrightarrow 2x = 4$ ou $-x = -1$
   $\Leftrightarrow x = 2$ ou $x = 1$

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$2x-4$		$-$		$-$	0	$+$	
$-x+1$		$+$	0	$-$		$-$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

   c) L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$ est $S = [1;2]$.

2) a) $f(x) = (2x-1)(-x+1) - 3(-x+1) = -2x^2 + 2x + x - 1 + 3x - 3 = -2x^2 + 6x - 4$.
   b) $f(-1) = -2 \times (-1)^2 + 6 \times (-1) - 4 = -2 - 6 - 4 = -12$.
   On en déduit que -1 est solution de l'équation $-2x^2 + 6x - 4 = -12$.
   c) $-2x^2 + 6x - 4 = -12 \Leftrightarrow -2x^2 + 6x - 4 + 12 = 0 \Leftrightarrow -2x^2 + 6x + 8 = 0$.
   d) On admet que $-2x^2 + 6x + 8 = (x+1)(-2x+8)$.
   $-2x^2 + 6x - 4 = -12 \Leftrightarrow -2x^2 + 6x + 8 = 0$
   $\Leftrightarrow (x+1)(-2x+8) = 0$
   $\Leftrightarrow x+1 = 0$ ou $-2x+8 = 0$
   $\Leftrightarrow x = -1$ ou $x = 4$
   On en déduit que l'ensemble des solutions de l'équation $-2x^2 + 6x - 4 = -12$ est $S = \{-1;4\}$.

Exercice 3

1) Tableau de valeurs

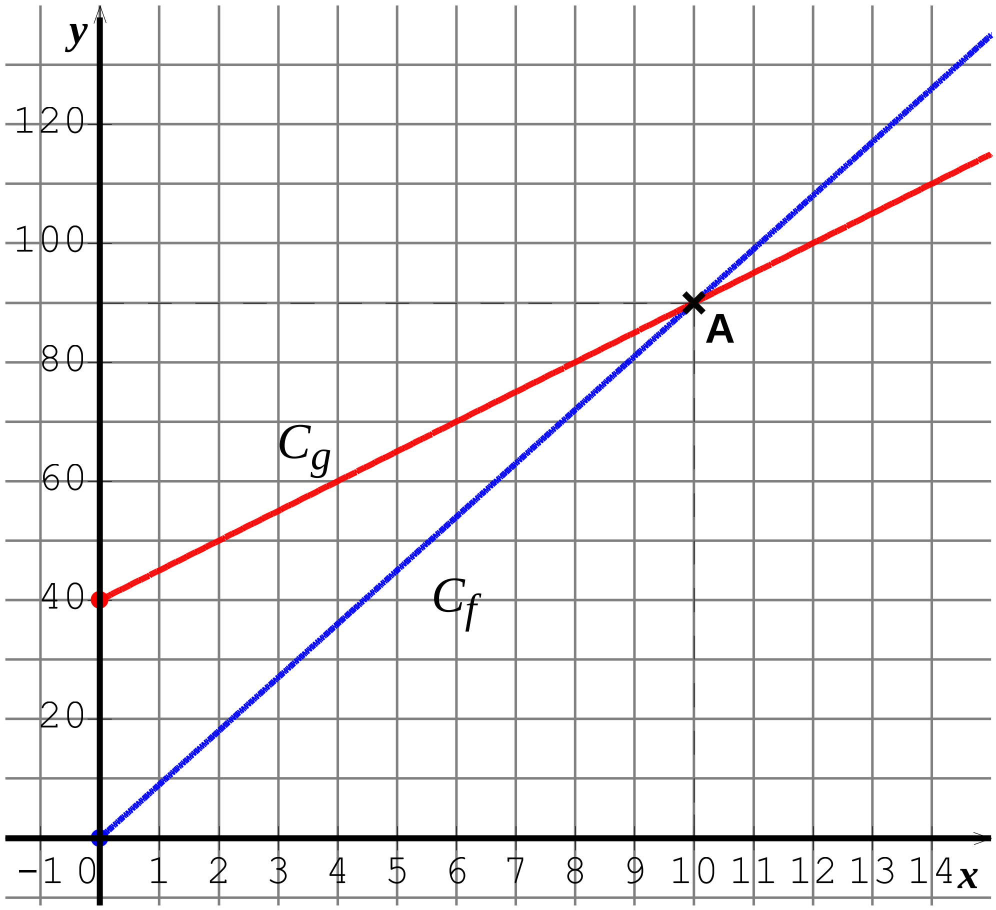
Nombre de demi-journées	1	2	3	4	5
Tarif A	9	18	27	36	45
Tarif B	45	50	55	60	65

2) Tarif A : $f(x) = 9x$ car chaque demi-journée coûte 9 €.

Tarif B : $g(x) = 40 + 5x$ car chaque demi-journée coûte 5 € auxquels on ajoute 40 € d'adhésion.

3) Graphique

Puisque *f* et *g* sont des fonctions affines, C_f et C_g sont des droites.



4) a) On résout l'équation $9x = 40 + 5x$.

Par lecture graphique, on obtient $x = 10$ car C_f et C_g se coupent au point A d'abscisse $x = 10$.

Ou par le calcul, $9x = 40 + 5x \Leftrightarrow 4x = 40 \Leftrightarrow x = 10$.

L'ensemble des solutions de l'équation $9x = 40 + 5x$ est $S = \{10\}$.

b) Les deux tarifs sont égaux lorsque $f(x) = g(x)$, c'est-à-dire lorsque $9x = 40 + 5x$.

On en déduit que les deux tarifs sont égaux pour $x = 10$ demi-journées d'activités.

5) $f(x) = 95 \Leftrightarrow 9x = 95 \Leftrightarrow x = \frac{95}{9} \approx 10,6$

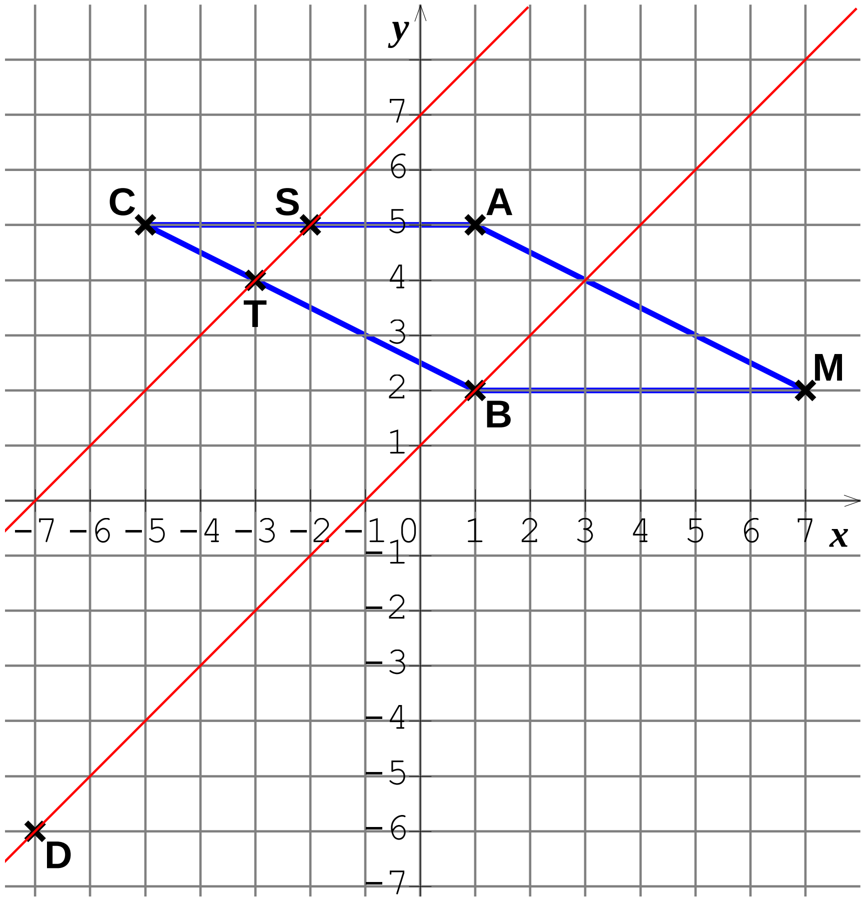
$g(x) = 95 \Leftrightarrow 40 + 5x = 95 \Leftrightarrow 5x = 55 \Leftrightarrow x = 11$

On peut alors faire 10,6 demi-journées d'activités avec le tarif A, et 11 avec le tarif B.

Pour un budget de 95 €, le tarif B est alors plus intéressant car $11 > \frac{95}{9}$.

Exercice 4

1) $A(1;5)$, $B(1;2)$, $C(-5;5)$, $D(-7;-6)$ et $T(-3;4)$.



2) a) $\overrightarrow{CB}\begin{pmatrix}1-(-5)\\2-5\end{pmatrix};\overrightarrow{CB}\begin{pmatrix}6\\-3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CT}\begin{pmatrix}-3-(-5)\\4-5\end{pmatrix};\overrightarrow{CT}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$.

b) $\det\left(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CT}\right)=6\times(-1)-2\times(-3)=-6+6=0$.

c) On en déduit que $\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CT}$ sont colinéaires. On en conclut que C, T et B sont alignés.

d) $\overrightarrow{CB}=3\overrightarrow{CT}$.

3) a) Soit S le milieu de [AC].

$x_S=\dfrac{1+(-5)}{2}=-2$ et $y_S=\dfrac{5+5}{2}=5$. On obtient $S(-2;5)$.

b) $\overrightarrow{ST}\begin{pmatrix}-3-(-2)\\4-5\end{pmatrix};\overrightarrow{ST}\begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}-7-1\\-6-2\end{pmatrix};\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}-8\\-8\end{pmatrix}$.

$\det\left(\overrightarrow{ST},\overrightarrow{BD}\right)=-1\times(-8)-(-8)\times(-1)=8-8=0$.

On en déduit que $\overrightarrow{ST}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont colinéaires. On en conclut que (ST) et (BD) sont parallèles.

4) On note M le point tel que AMBC soit un parallélogramme.

a) Construction de M.

b) AMBC est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{CB}$.

c) On a $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x_M-1\\y_M-5\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CB}\begin{pmatrix}6\\-3\end{pmatrix}$.

Deux vecteurs sont égaux si et seulement si leurs coordonnées sont égales.

$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{CB}\Leftrightarrow x_M-1=6 \text{ et } y_M-5=-3$

$\Leftrightarrow x_M=7 \text{ et } y_M=2$

On obtient $M(7;2)$.

<u>Exercice 5</u>

Partie 1 : étude des résultats de la classe A

Notes	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Effectifs	2	3	3	1	3	3	5	5	6
Effectifs cumulés croissants	2	5	8	9	12	15	20	25	31

1) Moyenne : $\bar{x} = \dfrac{2\times1+3\times2+3\times3+1\times4+3\times5+3\times6+5\times7+5\times8+6\times9}{31} = \dfrac{183}{31} \approx 5{,}90$.

2) Ecart-type à l'aide de la calculatrice : $\sigma \approx 2{,}61$.

   Par un calcul : $\sigma = \sqrt{\dfrac{2\left(1-\bar{x}\right)^2+3\left(2-\bar{x}\right)^2+3\left(3-\bar{x}\right)^2+1\left(4-\bar{x}\right)^2+.....+6\left(9-\bar{x}\right)^2}{31}} \approx 2{,}61$.

3) L'effectif total est $N = 31$.

   Puisque N est impair, la médiane est la valeur de rang $\dfrac{N+1}{2} = \dfrac{32}{2} = 16$.

   D'après les effectifs cumulés croissants, la médiane est $Med = 7$.

4) $\dfrac{N}{4} = \dfrac{31}{4} = 7{,}75$. Donc Q_1 est la 8$^{\text{ème}}$ valeur de la série. On obtient $Q_1 = 3$.

   $\dfrac{3N}{4} = 3\times7{,}75 = 23{,}25$. Donc Q_3 est la 24$^{\text{ème}}$ valeur de la série. On obtient $Q_3 = 8$.

5) L'écart interquartile est $Q_3 - Q_1 = 8-3 = 5$.

Partie 2 : comparaison des résultats des classes B et C

1) La moyenne de la classe B est supérieure à celle de la classe C.
   De même, la médiane de la classe B est supérieure à celle de la classe C.
   On en déduit que la classe B semble avoir obtenu les meilleurs résultats.

2) L'écart-type de la classe B est inférieur à celui de la classe C.
   De même, l'écart interquartile de la classe B est inférieur à celui de la classe C.
   On en déduit que la classe B semble avoir obtenu des résultats plus homogènes.

Partie 3 : modifications des résultats des classes B et C

1) a) Augmenter de 9% revient à multiplier par 1,09.
   b) D'après la linéarité de la moyenne, la moyenne de la classe B est alors multipliée par 1,09.
      La nouvelle moyenne est égale à $4{,}6\times1{,}09 = 5{,}014$.

2) D'après la linéarité de la moyenne, la moyenne de la classe C augmente de 1.
   La nouvelle moyenne est égale à $4{,}2+1 = 5{,}2$.